



Universidad
Carlos III de Madrid

Proyecto de Fin de Grado Grado en Ingeniería Mecánica

GENERACIÓN DE ENERGÍA MEDIANTE PIEZOELÉCTRICOS EN VÍAS FERROVIARIAS

Autor:

D. Marcos Prendes Hurtado

Tutora del proyecto:

Doctora Dña. Beatriz Lopez Boada

24 de febrero de 2016

Índice

1.	Introducción y Objetivos.....	1
1.1	Introducción	1
1.2	Objetivos	2
1.3	Estructura del proyecto.....	2
2.	Piezoeléctricos	4
2.1	Introducción a los piezoeléctricos.....	4
2.2	Constantes piezoeléctricas.....	7
2.3	Modos de funcionamiento de los piezoeléctricos	10
2.4	Formas utilizadas en los piezoeléctricos	12
2.5	Tipos de materiales piezoeléctricos	14
2.5.1	Algunas cerámicas piezoeléctricas	18
2.6	Dispositivos piezoeléctricos	18
2.6.1	Generadores.....	19
2.6.2	Sensores	19
2.6.3	Actuadores	20
2.6.4	Transductores.....	21
3.	La vía ferroviaria.....	23
3.1	Elementos de la vía	24
3.1.1	El carril.....	24
3.1.2	La traviesa	26
3.1.3	El balasto	29
3.1.4	El sub-balasto	30
3.1.5	Geotextiles	30
3.1.6	La plataforma	31
3.1.7	Las sujeciones.....	33
3.1.8	Vía en placa	35
3.2	Modelos matemáticos para el estudio de la deformación de la vía	42
3.2.1	Viga elástica continua (Viga Wlinker).....	43
3.2.2	Viga con apoyos discretos	43

3.2.3	Modelización como medios continuos. Métodos de elementos finitos.....	44
3.2.4	Modelo Zimmermann- Timoshenko.....	45
4.	Estudio de la deformación de la vía.....	47
4.1	Cálculo por métodos de resistencia de materiales	47
4.1.1	Hipótesis iniciales	48
4.1.2	Cálculo de momentos.....	49
4.1.3	Cálculo del desplazamiento vertical.....	53
4.2	Teoría de Zimmermann-Timoshenko	58
4.2.1	Hipótesis iniciales	58
4.2.2	Cálculo de los momentos	59
4.2.3	Cálculo del desplazamiento vertical.....	60
5.	Diseño del generador piezoeléctrico.....	61
5.1	Posibles dispositivos.....	61
5.2	Cálculo del dispositivo de lámina piezoeléctrica continua adherida al rail	62
5.2.1	Descripción y desarrollo del dispositivo.....	62
5.2.2	Cálculo del Voltaje según el modelo de Euler-Bernoulli	62
5.2.3	Cálculo del voltaje según el modelo de Euler-Bernoulli modificado para el carril ferroviario.....	65
5.3	Cálculo del dispositivo de láminas piezoeléctricas discretas adheridas al rail....	66
5.4	Cálculo del dispositivo de ballesta	66
5.4.1	Descripción y desarrollo del dispositivo.....	66
5.4.2	Diseño de la geometría del dispositivo de ballesta.....	67
6.	Resultados de las simulaciones.....	73
6.1	Datos necesarios para las simulaciones	73
6.2	Resultados del estudio de la deformación de la vía.....	74
6.2.1	Resultados del estudio de la deformación de la vía por métodos de resistencia de materiales.....	74
6.2.2	Resultados del estudio de la deformación de la vía mediante las ecuaciones de Zimmermann	78
6.2.3	Comparación de resultados	88
6.3	Elección del material piezoeléctrico.....	88

6.3.1 Selección del material piezoeléctrico para lámina continua y láminas discretas.....	89
6.3.2 Selección del material piezoeléctrico para el modelo de ballesta	90
6.3.3 Conclusión de la elección del material.....	90
6.4 Resultados del estudio de los dispositivos de recuperación de energía.....	91
6.4.1 Resultado del estudio del dispositivo de lámina continua adherida a la vía ..	91
6.4.2 Resultado del estudio del dispositivo de láminas discretas adheridas a la vía	96
6.4.3 Resultado del estudio del dispositivo de ballesta	98
7. Presupuesto	100
7.1 Costes de personal	100
7.2 Costes de software y hardware.....	100
7.3 Presupuesto final.....	101
8. Conclusiones y trabajos futuros.....	102
8.1 Conclusiones.....	102
8.2 Trabajos futuros	103
9. Referencias.....	104

Índice de figuras

Figura 2.1 Esquema representativo de las jerarquías en los grupos dieléctricos, piezoeléctricos, piroeléctricos y ferroeléctricos	5
Figura 2.2 Estructura de cristal piezoeléctrico neutro (a) y polarizado (b)	6
Figura 2.3 Notación de los subíndices para las direcciones del piezoeléctrico	8
Figura 2.4 Elemento piezoeléctrico funcionando en modo d_{31}	11
Figura 2.5 Elemento piezoeléctrico funcionando en modo d_{33}	11
Figura 2.6 Elemento piezoeléctrico funcionando en modo d_{15}	12
Figura 2.7 Cantiléver piezoeléctrico	14
Figura 2.8 Proceso de polarización de una cerámica piezoeléctrica	16
Figura 2.9 Formación de una pieza monocristalina	17
Figura 3.1 Partes principales del carril	25
Figura 3.2 Esquema de traviesa polivalente para varios anchos de vía	27
Figura 3.3 Sujeción directa con y sin placa intermedia	33
Figura 3.4 Sujeción indirecta	34
Figura 3.5 Sujeción mixta	34
Figura 3.6 Placa prefabricada	36
Figura 3.7 Fijación para vía en placa continua (a), colocada antes de verter el hormigón (b) y después (c)	37
Figura 3.8 Vía RHEDA 2000 antes del hormigonado	38
Figura 3.9 Vía GETRAC	38
Figura 3.10 Traviesa bloque del sistema STEDEF	39
Figura 3.11 Pegado de Trackelast bajo la traviesa para vía TIFLEX	40
Figura 3.12 Vía COOPSETTE	40
Figura 3.13 Sistema VLT	41
Figura 3.14 Sección de la acanaladura de la vía en placa con carril embebido	42
Figura 3.15 Modelo de viga Wlinker	43
Figura 3.16 Modelo de viga con apoyos discretos	44
Figura 3.17 Modelo de viga con apoyos discretos incluyendo la masa de balasto bajo las traviesas	44
Figura 3.18 Vía modelada por elementos finitos	45

Figura 3.19 Modelo Zimmermann-Timoshenko (1915)	45
Figura 3.20 Áreas de apoyo equivalentes del modelo Timoshenko-Saller-Hanker.....	46
Figura 4.1 Simplificación del modelo de viga infinita con infinitos apoyos.....	48
Figura 4.2 Tramos de la viga simplificada.....	49
Figura 4.3 Esquema de momentos flectores actuantes en el tramo CD	52
Figura 4.4 Esquema de las áreas de momentos flectores A_1 debidas a F para puntos a la izquierda (a) y derecha (b) de la rueda	56
Figura 4.5 Esquema del área de momentos flectores A_2 producidos por el momento M_C .	57
Figura 4.6 Esquema del área de momentos flectores A_3 debidas al momento M_D	58
Figura 5.1 Modelo de Euler-Bernoulli para viga laminar de piezoeléctrico (a) y sustrato (b)	62
Figura 5.2 Esquema del dispositivo de ballesta.....	67
Figura 5.3 Ley de momentos flectores en la ballesta	68
Figura 5.4 Esquema de la ballesta simplificada por simetría	69
Figura 6.1 Momentos flectores en C y D a lo largo del tiempo según resistencia de materiales	74
Figura 6.2 diagramas del momento flector en el tramo CD a lo largo del tiempo	75
Figura 6.3 Mapa de color de los momentos flectores en función de la posición y el tiempo	76
Figura 6.4 Flecha del tramo CD en función del tiempo	77
Figura 6.5 Mapa de color de la flecha en el tramo CD a lo largo del tiempo	77
Figura 6.6 Momentos flectores a lo largo del rail UIC60 producidos por una rueda	78
Figura 6.7 Momentos flectores a lo largo del rail UIC54 producidos por una rueda	79
Figura 6.8 Momentos flectores a lo largo del rail UIC60 producidos por un bogie de dos ruedas.....	79
Figura 6.9 Momentos flectores a lo largo del rail UIC54 producidos por un bogie de dos ruedas.....	80
Figura 6.10 Momentos flectores a lo largo del rail UIC60 producidos por un bogie de tres ruedas.....	80
Figura 6.11 Momentos flectores a lo largo del rail UIC54 producidos por un bogie de tres ruedas.....	81

Figura 6.12 Momento producido por una rueda a lo largo del tiempo en un tramo entre traviesas de sección UIC60.....	82
Figura 6.13 Momento producido por una rueda a lo largo del tiempo en un tramo entre traviesas de sección UIC54.....	82
Figura 6.14 Flecha de la vía producida por una rueda en carril UIC60.....	83
Figura 6.15 Flecha de la vía producida por una rueda en carril UIC54.....	84
Figura 6.16 Flecha de la vía producida por un bogie de dos ruedas en carril UIC60	84
Figura 6.17 Flecha de la vía producida por un bogie de dos ruedas en carril UIC54	85
Figura 6.18 Flecha de la vía producida por un bogie de tres ruedas en carril UIC60	85
Figura 6.19 Flecha de la vía producida por un bogie de tres ruedas en carril UIC54	86
Figura 6.20 Flecha del tramo entre dos traviesas contiguas a lo largo del tiempo para carril UIC60	87
Figura 6.21 Flecha del tramo entre dos traviesas contiguas a lo largo del tiempo para carril UIC54	87
Figura 6.22 Voltaje para cada punto de un tramo entre traviesas a lo largo del tiempo provocado por el paso de una rueda sobre carril UIC60 según la teoría de Euler-Bernoulli.....	91
Figura 6.23 Voltaje para cada punto de un tramo entre traviesas a lo largo del tiempo provocado por el paso de una rueda sobre carril UIC54 según la teoría de Euler-Bernoulli.....	92
Figura 6.24 Voltaje total de la lámina continua a lo largo del tiempo para el paso de una rueda sobre carril UIC60 según la teoría de Euler-Bernoulli.....	92
Figura 6.25 Voltaje total de la lámina continua a lo largo del tiempo para el paso de una rueda sobre carril UIC54 según la teoría de Euler-Bernoulli.....	93
Figura 6.26 Voltaje para cada punto de un tramo entre traviesas a lo largo del tiempo provocado por el paso de una rueda sobre carril UIC60 según la teoría de Euler-Bernoulli modificada para la vía ferroviaria	94
Figura 6.27 Voltaje para cada punto de un tramo entre traviesas a lo largo del tiempo provocado por el paso de una rueda sobre carril UIC54 según la teoría de Euler-Bernoulli modificada para la vía ferroviaria	94
Figura 6.28 Voltaje total de la lámina continua a lo largo del tiempo para el paso de una rueda sobre carril UIC60 según la teoría de Euler-Bernoulli modificada.....	95
Figura 6.29 Voltaje total de la lámina continua a lo largo del tiempo para el paso de una rueda sobre carril UIC54 según la teoría de Euler-Bernoulli modificada.....	95

Figura 6.30 Voltaje del dispositivo de 1 cm de ancho a lo largo del tiempo en carril UIC60	96
Figura 6.31 Voltaje del dispositivo de 1 cm de ancho a lo largo del tiempo en carril UIC54	97
Figura 6.32 Voltaje del dispositivo de 1 cm de ancho a lo largo del tiempo para el paso de una rueda sobre carril UIC60 según la teoría de Euler-Bernoulli modificada.....	97
Figura 6.33 Voltaje del dispositivo de 1 cm de ancho a lo largo del tiempo para el paso de una rueda sobre carril UIC54 según la teoría de Euler-Bernoulli modificada.....	98
Figura 6.34 Voltaje del dispositivo de ballesta durante el paso de una rueda sobre carril UIC60	99
Figura 6.35 Voltaje del dispositivo de ballesta durante el paso de una rueda sobre carril UIC54	99

Índice de tablas

Tabla 2.1 Propiedades de varias cerámicas piezoeléctricas	18
Tabla 3.1 Clasificación de suelos según la ficha UIC 719 R.....	32
Tabla 6.1 Características de perfiles UIC	73
Tabla 6.2Parámetro δ de los materiales piezoeléctricos	89

1. Introducción y Objetivos

1.1 Introducción

Los trenes son máquinas muy estudiadas a día de hoy, por lo que es muy difícil aumentar su eficiencia de forma significativa mediante optimización de sus procesos. Por ello, el aumento de la eficiencia de estos vehículos, pasa por la recuperación de energía mediante sistemas que aprovechen la energía residual de los procesos del tren para alimentar algunos de sus sistemas.

A su paso, el tren provoca una deformación en la vía debido a su gran peso. Estas deformaciones pueden utilizarse para recuperar energía con algún tipo de mecanismo, ya sea mecánico, electromagnético, piezoeléctrico o de cualquier otro tipo.

Por otra parte, la tecnología de los piezoeléctricos ha tenido un gran avance tecnológico en la última década. Concretamente en el ámbito de la recuperación de energía, han aparecido mecanismos que utilizan la energía potencial del paso de vehículos o personas para generar energía, como es el caso de las baldosas piezoeléctricas instaladas actualmente en diversas calles y edificios en Reino Unido, que alimentan la iluminación de la calle o sirven para cargar los móviles, entre otros muchos posibles usos.

1.2 Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es diseñar un dispositivo piezoeléctrico que, colocado bajo la vía ferroviaria, sea capaz de recuperar energía a partir de la deformación que se genera en el carril con el paso del tren.

Para esto, se proponen diferentes diseños alternativos, estudiando los voltajes generados y eligiendo el más eficiente.

1.3 Estructura del proyecto

El proyecto se compone de 8 capítulos organizados de la siguiente forma:

- El primer capítulo consta de introducción y objetivos del propio proyecto.
- El segundo capítulo trata el ámbito de los piezoeléctricos, dando una breve explicación de en qué consiste un piezoeléctrico, así como de sus constantes más importantes, principales materiales piezoeléctricos y modos de funcionamiento de estos.
- El tercer capítulo trata la vía ferroviaria, enumerando los diferentes elementos que la componen y explicando brevemente las diferentes teorías para el estudio de la deformación de la vía con el paso del tren.
- En el cuarto capítulo se realiza un cálculo de la deformación de la vía con el paso del tren, así como de su momento flector mediante teoría de resistencia de materiales y por el método Zimmermann-Timoshenko específico para vías ferroviarias.
- El capítulo quinto se centra en la proposición de diferentes diseños del generador piezoeléctrico, ofreciendo diferentes alternativas de diseño y mostrando o desarrollando cuando sea preciso, las ecuaciones necesarias para el cálculo de los voltajes obtenidos durante el paso del tren sobre la vía.
- El capítulo sexto muestra los datos utilizados en las simulaciones de Matlab y los resultados obtenidos en ellas.
- El capítulo séptimo expone un presupuesto del trabajo.

- En el capítulo octavo se exponen las conclusiones del proyecto y se proponen posibles trabajos futuros a raíz de este trabajo.
- Por último, en el capítulo noveno puede consultarse la bibliografía y referencias utilizadas en este trabajo.

2. Piezoeléctricos

A lo largo de este capítulo se explican unas nociones básicas de los piezoeléctricos, explicando la formación y funcionamiento de estos, las constantes piezoeléctricas más importantes así como detallando algunos materiales y dispositivos utilizados en la actualidad.

2.1 Introducción a los piezoeléctricos

El efecto piezoeléctrico es descubierto por los hermanos Curie en 1880 al observar que ciertos minerales cristalinos se polarizaban cuando estaban sometidos a fuerzas mecánicas (efecto piezoeléctrico directo). Esta propiedad también se da en sentido inverso, deformándose cuando se les aplica una carga eléctrica, denominándose efecto piezoeléctrico inverso [1].

El estudio de estos efectos llevó a la conclusión de que al aplicar una fuerza sobre el cristal, este generaba un voltaje proporcional a la tensión aplicada y cuyo signo (positivo o negativo) dependía de si la carga mecánica era de tracción o compresión. Así mismo, al aplicar una carga eléctrica, la deformación era proporcional a esta y se alargaba o comprimía según si el voltaje era positivo o negativo [1].

Los piezoeléctricos naturales son formaciones cristalinas. Atendiendo a razones geométricas como el centro de simetría, el eje de rotación, los planos de simetría y las

combinaciones de todos los anteriores, se pueden clasificar los cristales en 32 grupos diferentes. De estos, 21 no son centrosimétricos, lo que quiere decir que sus estructuras cristalinas tienen dipolos y se denominan dieléctricos. De estos 21 grupos, 20 son piezoeléctricos. Así mismo, dentro de las clases cristalinas piezoeléctricas hay 10 de ellas que tienen la peculiaridad de polarizarse con la temperatura, de forma que están permanentemente polarizados en ciertos rangos de temperatura, por lo que reciben el nombre de piroeléctricos. Finalmente, dentro de los piroeléctricos, se encuentra un subgrupo conocido como ferroeléctricos, estos se polarizan con la temperatura, así como en presencia de fuerzas de tracción y compresión, pero con la peculiaridad de que pueden ser despolarizados si se les aplica un campo eléctrico suficiente. Puede observarse un esquema de las relaciones entre estos grupos en la Figura 2.1 [2].

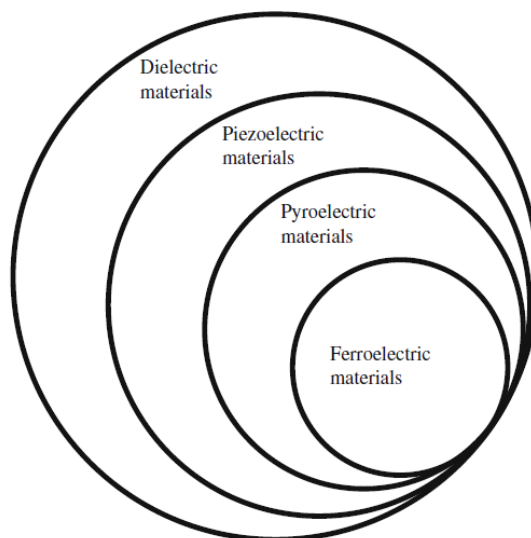


Figura 2.1 Esquema representativo de las jerarquías en los grupos dieléctricos, piezoeléctricos, piroeléctricos y ferroeléctricos

A nivel molecular el funcionamiento es sencillo. Por encima de cierta temperatura, el cristal es simétrico en todas sus direcciones como se observa en la Figura 2.2 (a), por lo que carece de dipolos y por tanto no tiene propiedades piezoeléctricas. Sin embargo, a temperaturas inferiores, la estructura del piezoeléctrico deja de ser simétrica en alguna de sus direcciones, lo que produce un dipolo tal y como se muestra en la Figura 2.2 (b). Esta temperatura se denomina temperatura de Curie (en honor a los hermanos) y es muy importante para la fabricación de piezoeléctricos no naturales [1].

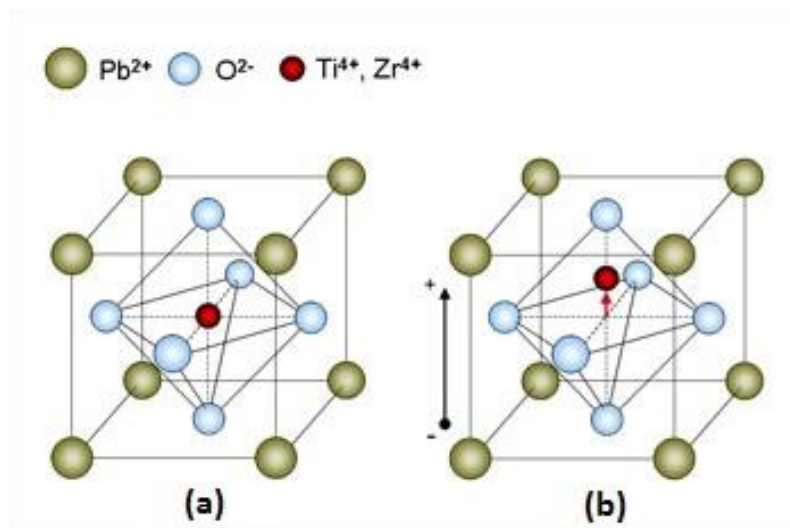


Figura 2.2 Estructura de cristal piezoeléctrico neutro (a) y polarizado (b)

Cuando el piezoeléctrico se encuentra en su forma asimétrica, si se le aplica un campo eléctrico en la dirección del dipolo, la estructura se deforma ya que sus polos se sienten atraídos o repelidos (dependiendo de la dirección del campo), alargándose o comprimiéndose y variando así sus dimensiones. De forma inversa, si se deforma la estructura sometiéndola a tracción o compresión, la distancia entre sus polos varía, modificando así su polaridad, lo que provoca que se genere una corriente mientras se varíe su deformación, pero no mientras la deformación se mantenga constante, aunque sí una diferencia de potencial entre sus extremos [1].

Desde su descubrimiento se ha perfeccionado mucho tanto su fabricación como sus aplicaciones, desarrollando nuevos materiales de alta eficiencia tales como el PZT o el polímero PVDF entre otros, y utilizándose para infinidad de aplicaciones como sensores, generadores, actuadores y transductores, formando hoy en día parte de nuestra vida cotidiana, utilizándose para fabricar desde auriculares o encendedores hasta sensores o equipos médicos de muy alta precisión [1].

A pesar de que los primeros materiales piezoeléctricos descubiertos son materiales que se encuentran en la naturaleza como el cuarzo o la turmalina, actualmente la gran mayoría de piezoeléctricos utilizados son cerámicas de óxidos metálicos fabricadas por el hombre [1].

Una aplicación relativamente novedosa que ha tomado impulso en la última década es la de generadores de energía. Los piezoeléctricos son materiales de alta densidad energética, esto

es, que pueden generar gran cantidad de energía en relación a su masa, por ello son muy interesantes como posibles fuentes energéticas en lugares sin accesibilidad a la red y en situaciones con limitaciones de peso, pudiendo ser a veces buenos sustitutos de las baterías clásicas, mucho más pesadas. Además, la tendencia del encarecimiento de las energías clásicas, unido al progresivo abaratamiento de la producción de estos nuevos materiales, comienza a hacer rentable el uso de estos materiales como sustitutos de fuentes energéticas más tradicionales, siendo tecnologías inicialmente más caras de implantar, pero pudiendo rentabilizarse con el uso, al generar o recuperar energía sin ningún tipo de coste posterior a la implantación, a excepción del mantenimiento o el remplazo al final de su vida útil [2].

2.2 Constantes piezoeléctricas

Para poder entender las constantes piezoeléctricas, es necesario saber que se trata de materiales anisótropos, esto hace necesario definir constantes diferentes en función de las direcciones de tensión-deformación mecánicas así como de las fuerzas eléctricas, ya sean aplicadas las primeras y generadas las segundas o viceversa. Por ello, se utiliza un sistema de dos subíndices numéricos que indican estas direcciones. El primer subíndice hace referencia a la dirección de las fuerzas eléctricas, ya sean aplicadas o producidas en el piezoeléctrico, mientras el segundo subíndice hace referencia a las fuerzas mecánicas. Estos subíndices toman valores del 1 al 6 y se numeran según el sistema de referencia de la Figura 2.3, donde se puede apreciar que las direcciones 1, 2, 3 están referidas a los ejes x, y, z del piezoeléctrico, siendo el eje z la dirección de polarización del piezoeléctrico. Así mismo, los subíndices 4, 5, 6 hacen referencia a esfuerzos de cortadura en las direcciones x, y, z respectivamente. De esta forma, la constante d_{13} hace referencia a la constante de deformación que se observa al aplicar una carga eléctrica en la dirección x (perpendicular a la dirección de polarización) y medir la deformación en la dirección z (dirección de polarización) [1] [2].

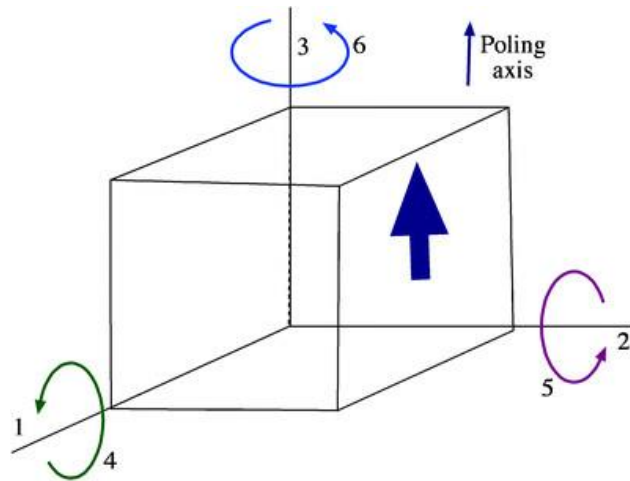


Figura 2.3 Notación de los subíndices para las direcciones del piezoeléctrico

Además algunas constantes tienen también superíndices que indican condiciones especiales en las que se mide la constante, siendo los más importantes S y T, que hacen referencia a constantes medidas con deformación o tensión constantes respectivamente, y E y D que hacen referencia a condiciones de campo eléctrico o desplazamiento eléctrico constantes respectivamente [1].

A continuación se explican algunas de las constantes piezoeléctricas más comunes [1]:

- Constante de carga o constante de deformación "d": Es la polarización generada o densidad de carga (en cortocircuito), por unidad de tensión mecánica aplicada, o alternativamente, la deformación desarrollada entre el campo eléctrico aplicado. Se trata de una constante muy importante para el cálculo de actuadores, ya que permite conocer el campo eléctrico necesario para provocar la deformación requerida. Se obtiene mediante la ecuación:

$$d = \frac{S}{E} = \frac{\sigma}{T}$$

donde

- S es la deformación producida en el piezoeléctrico.
- E es el campo eléctrico aplicado expresado en V/m.
- σ es la densidad de carga, en C/m².
- T es la tensión mecánica aplicada, expresada en N/m².

En función de los superíndices habitualmente se diferencian 3 valores diferentes de la constante “d”:

- d_{33} : constante de carga obtenida al medir las magnitudes mecánicas y eléctricas en la dirección de polarización.
- d_{31} : constante de carga obtenida al medir las magnitudes mecánicas en la dirección 1 y las eléctricas en la dirección de polarización.
- d_{15} : constante de carga obtenida al medir las magnitudes mecánicas de cortadura perpendiculares a la dirección 2 y eléctricas en la dirección 1.
- Constante de Voltaje “g”: Se define como el campo eléctrico generado (con circuito abierto) en el piezoelectrico por unidad de tensión mecánica aplicada, o también como la deformación desarrollada por unidad de densidad de carga aplicada. Esta constante se utiliza como figura de mérito en aplicaciones de sensores, ya que indica la capacidad del piezoelectrico de “detectar” pequeñas variaciones de presión. Se calcula según la expresión:

$$g = \frac{E}{T} = \frac{S}{\sigma}$$

Al igual que con la constante “d”, se miden diferentes valores de la constante dependiendo de las direcciones de aplicación y generación de las fuerzas (eléctricas y mecánicas), que son:

- g_{33} : constante de voltaje obtenida al medir las magnitudes mecánicas y eléctricas en la dirección de polarización.
- g_{31} : constante de voltaje obtenida al medir las magnitudes mecánicas en la dirección 1 y las eléctricas en la dirección de polarización.
- g_{15} : constante de voltaje obtenida al medir las magnitudes mecánicas de cortadura perpendiculares a la dirección 2 y eléctricas en la dirección 1.
- Coeficiente de acoplamiento electromecánico “k”: es una medida de la eficiencia del piezoelectrico al transformar energía mecánica en eléctrica, o viceversa. Se suele utilizar su valor al cuadrado, que se calcula como la energía (eléctrica o mecánica) transformada por el piezoelectrico por unidad de energía (mecánica o eléctrica) aportada, por lo que su valor siempre será menor que la unidad. Aunque existen diferentes formulaciones en función de otras constantes piezoelectricas

dependiendo de la geometría del piezoeléctrico y de si funciona en frecuencias altas o bajas, la ecuación más representativa es la siguiente:

$$k^2 = \frac{\text{Energía convertida}}{\text{Energía suministrada}}$$

- Permitividad “ ϵ ”: Se trata de una constante eléctrica no exclusiva de los piezoeléctricos que expresa la capacidad de un material de permitir el desplazamiento dieléctrico en presencia de un campo eléctrico.

En piezoeléctricos se diferencian dos permitividades diferentes, que se pueden subdividir teniendo en cuenta las direcciones de las fuerzas eléctricas y mecánicas al igual que las anteriores constantes:

- ϵ^S : Permitividad del piezoeléctrico a deformación constante
- ϵ^T : Permitividad del piezoeléctrico a presión constante
- Constante dieléctrica relativa “ K ”: Se trata de la permitividad relativa respecto a la permitividad del vacío y se calcula según la siguiente expresión:

$$K^T = \frac{\epsilon^T}{\epsilon_0}$$

siendo ϵ_0 la permitividad del vacío de valor $8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m.

- Módulo de Young, Y : Es la relación de los cuerpos elásticos entre la deformación producida por unidad de tensión aplicada, que se calcula despejándola de la ya conocida Ley de Hook:

$$T = Y \cdot S$$

2.3 Modos de funcionamiento de los piezoeléctricos

Para hacer referencia a los modos de funcionamiento de un piezoeléctrico, suele utilizarse la constante “ d ”. De esta forma se habla de [2]:

- Modo d_{31} . Este modo hace referencia a los dispositivos que funcionan a compresión o tracción simple a lo largo del eje X (dirección 1) y los electrodos se instalan en las caras perpendiculares al eje Z (dirección 3), que es la dirección de polarización. En este modo se incluyen los dispositivos de flexión que implican tracción o compresión en el eje X. En la Figura 2.1 se muestra un elemento piezoeléctrico en este modo de funcionamiento.

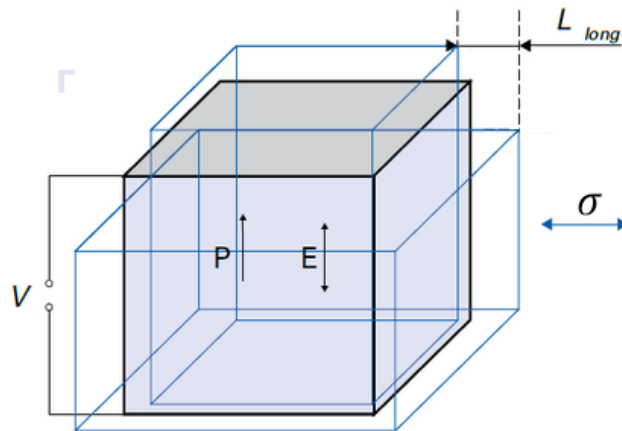


Figura 2.4 Elemento piezoeléctrico funcionando en modo d_{31}

- Modo d_{33} . Este modo corresponde a aquellos dispositivos que trabajan a compresión y/o tracción en la dirección de polarización (dirección 3), y la carga eléctrica se mueve en la misma dirección, o en otras palabras, que los electrodos están dispuestos en las caras normales al eje Z (dirección 3). En la Figura 2.5 puede verse un elemento piezoeléctrico trabajando en modo d_{33} .

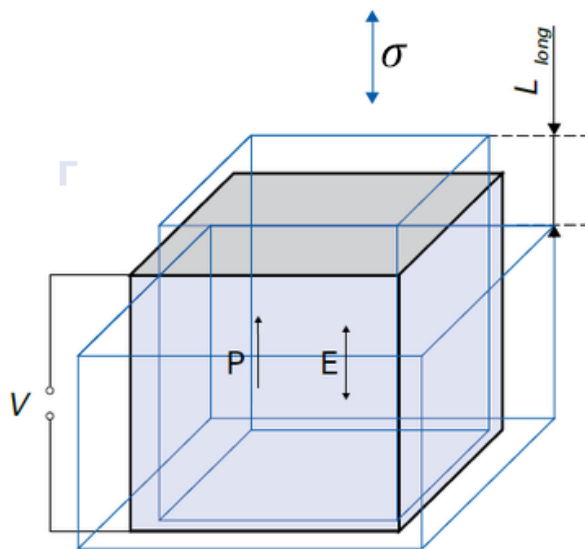


Figura 2.5 Elemento piezoeléctrico funcionando en modo d_{33}

- Modo d_{51} . En este modo, los dispositivos trabajan a cortadura en las caras perpendiculares al eje Y (dirección 5) y los electrodos se sitúan en las caras

perpendiculares al eje X (dirección 1). En la Figura 2.6 se muestra un elemento piezoeléctrico trabajando en modo d_{15} .

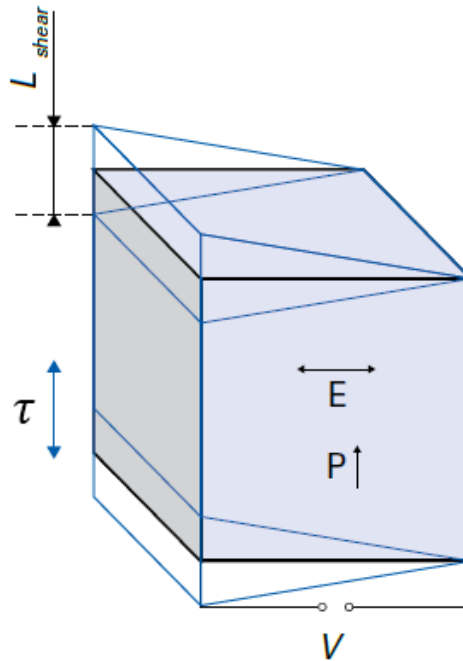


Figura 2.6 Elemento piezoeléctrico funcionando en modo d_{15}

2.4 Formas utilizadas en los piezoeléctricos

A día de hoy, existe una gran variedad de formas para los dispositivos piezoeléctricos que tratan de aprovechar sus geometrías para mejorar alguno de sus aspectos. Algunos de estos modelos son los siguientes [1] [2]:

- Placa a compresión tracción: se trata de una placa piezoeléctrica con electrodos en sus dos caras principales, este dispositivo puede funcionar con compresión o tracción aplicadas tanto en la dirección normal a sus caras como en direcciones paralelas y se trata del dispositivo más sencillo.
- Disco: es básicamente un diseño idéntico al de placa con la diferencia de que su geometría radial le permite deformarse de forma más uniforme en todas sus direcciones gracias a su simetría de revolución, es decir, al comprimir el disco desde sus caras, este se expandirá radialmente de forma uniforme en todas sus direcciones, al contrario de lo que ocurre en la placa rectangular.

- Anillo: Se trata de un disco anular (forma de arandela), de esta forma, se puede conseguir que la deformación del piezoeléctrico sea más uniforme, ya que las diferencias entre su radio mayor y su radio menor son menores que en el disco continuo, y por tanto el material sufrirá unas tensiones y deformaciones más constantes en toda la pieza.
- Barra: Básicamente consiste en una placa piezoeléctrica de gran espesor, lo que da lugar a una forma prismática rectangular. Su funcionamiento es idéntico al de la placa.
- Rodillo: Estos dispositivos son idénticos a los de barra pero con forma cilíndrica, lo que ofrece las mismas ventajas que el disco respecto a la placa.
- Cilindro hueco con electrodos en sus extremos: se trata del dispositivo de anillo proyectado en la dirección de su espesor.
- Cilindro hueco con electrodos en sus paredes: La diferencia entre este dispositivo y el cilindro hueco con electrodos en sus extremos reside en que la carga eléctrica se mueve en dirección radial y no axial.
- Placa a flexión: se trata de una placa piezoeléctrica con electrodos en sus dos caras principales, sin embargo esta placa tiene un extremo empotrado y funciona a flexión, lo que produce compresión en una parte del piezoeléctrico y tracción en la otra. Dado que la fibra neutra en caso de ser la pieza únicamente el piezoeléctrico y los electrodos y teniendo simetría se encuentra en el centro, la mitad de la pieza quedaría a compresión y la otra mitad a tracción, generando cada parte cargas eléctricas de la misma magnitud y diferente sentido. Para evitar esto, hay varias soluciones posibles.

Una opción es que la pieza esté formada por dos láminas piezoeléctricas con orientaciones contrarias, de esta forma aunque una esté trabajando a compresión y la otra a tracción, las dos generan carga eléctrica con el mismo sentido.

Otra opción es la utilización de un sustrato, esto es, una lámina de algún otro material que actúe como viga sobre la que se coloque el piezoeléctrico con sus respectivos electrodos, de esta forma la fibra neutra queda desplazada en función de los espesores y propiedades mecánicas del sustrato y el propio piezoeléctrico, no quedando en el centro del piezoeléctrico e incluso quedando fuera de este, por lo que la carga neta generada deja de ser cero.

Un dispositivo muy importante de placa a flexión es el cantiléver (ver Figura 2.7) un dispositivo en forma de viga empotrada que consta de un sustrato con un piezoeléctrico de placa adherido con la peculiaridad de que se le añade un peso en el extremo en voladizo. Este dispositivo es capaz de aprovechar las pequeñas vibraciones gracias a la resonancia, pudiendo así recuperar energía de estas, y siendo uno de los sistemas más utilizados como generador o recuperador de energía a partir de las vibraciones ambientales en el ámbito de los piezoeléctricos.

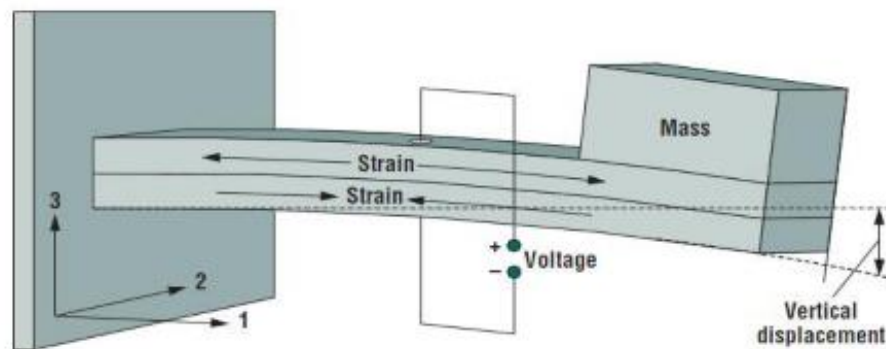


Figura 2.7 Cantiléver piezoeléctrico

- Otros dispositivos piezoeléctricos: además de los enumerados hay infinidad de formas que pasan por el platillo, el cilindro hueco con electrodos intercalados en la estructura, discos a flexión, hemisferas, etc.

2.5 Tipos de materiales piezoeléctricos

Existen diferentes tipos de materiales piezoeléctricos que abarcan desde los piezoeléctricos naturales, cuyas propiedades son inherentes al propio material, hasta diferentes tipos de piezoeléctricos artificiales que adquieren sus propiedades mediante tratamientos diseñados para este fin, como son las cerámicas y polímeros piezoeléctricos. A continuación se explican los principales.

- Piezoeléctricos naturales: Fueron los primeros descubiertos y se encuentran en la naturaleza, por ejemplo el cuarzo o la turmalina, sus propiedades son modestas y actualmente tienen muy poca relevancia a nivel de utilización, ya que han sido

sustituidos por materiales de diseño con mejores propiedades, aunque se siguen utilizando en algunas áreas puntuales tales como ámbitos relacionados con patrones de tiempo como el reloj de cuarzo o filtros de banda muy estrecha entre otros [1] [2].

- Cerámicas piezoeléctricas: Se trata de los piezoeléctricos más utilizados en la actualidad debido a su relativa facilidad de fabricación, la posibilidad de diseñar la forma del piezoeléctrico, así como su capacidad de elegir sus propiedades en función de las proporciones de los materiales utilizados [1].

El sistema de fabricación es relativamente simple. Primero se mezclan los óxidos metálicos en las proporciones necesarias, tras lo cual se calcina la mezcla para obtener un polvo homogéneo. Una vez se tiene el polvo homogéneo se le añade un ligante orgánico que confiere a la mezcla cohesión para mantener la forma hasta el sinterizado. Cuando la mezcla está terminada, se echa en un molde con la forma de la pieza final donde se comprime obteniéndose el compacto en verde. Una vez compactado, se somete la pieza a un programa térmico específico para sinterizar la pieza, soldándose los polvos de óxidos entre si y adquiriendo una densa estructura cristalina. Tras el proceso de sinterización, se remata la forma final de la pieza si es necesario y se añaden los electrodos en las caras pertinentes. En este punto los cristales de la cerámica tienen dipolo pero, por estar orientados aleatoriamente (cada grano de la cerámica está orientado de forma diferente e incluso la orientación de los cristales puede variar dentro de cada grano), la polarización de la pieza total es nula, como se aprecia en la Figura 2.8 a). Por ello se debe someter la pieza a un proceso de polarización, para lo cual, se lleva la pieza a temperaturas cercanas (inferiores) a la temperatura de Curie, de forma que las estructuras cristalinas tengan dipolo pero a la vez tengan también una cierta capacidad de movimiento. Una vez alcanzada la temperatura necesaria, se aplica un fuerte campo eléctrico en la dirección que se desea polarizar la pieza, que provoca que los cristales se alineen en la dirección deseada (ver Figura 2.8 b)). Una vez se retira el campo eléctrico, la mayoría de cristales queda orientados en direcciones cercanas a la dirección de polarización como se aprecia en la Figura 2.8 c), provocando que el conjunto de la pieza tenga un dipolo neto y por tanto quedando polarizada [1] [2].

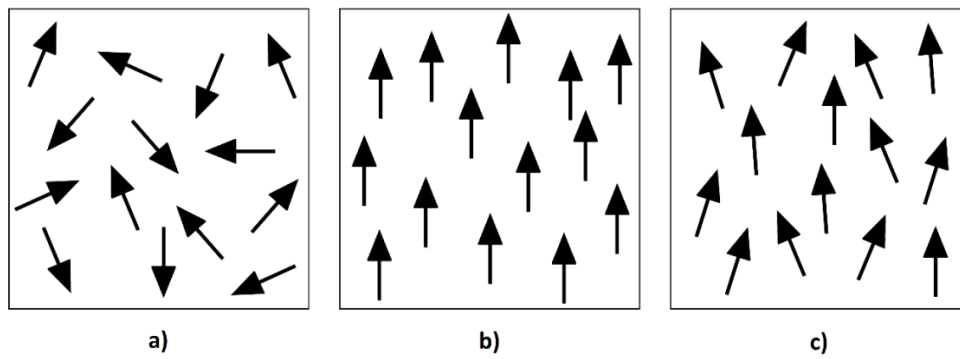


Figura 2.8 Proceso de polarización de una cerámica piezoeléctrica

- **Monocristales piezoeléctricos:** Consiste en crear de forma artificial un elemento piezoeléctrico formado por un único cristal, así, todos los dipolos de la pieza se agrupan en un único dominio quedando todos ellos alineados y mejorando así las propiedades piezoeléctricas en comparación con el mismo material formado en condiciones naturales. Para ello, se tiene un recipiente como el mostrado en la Figura 2.9 con el cristal fundido y se comienza enfriando el depósito inferior mientras se mantiene caliente el superior, provocando que se comiencen a formar los cristales en el depósito inferior. Una vez se nuclean los granos en el depósito inferior crecen hasta que todo el depósito está solidificado, momento en el que solo algún grano puede seguir creciendo a través del conducto de constricción, donde, debido a su enrevesada forma se estrangulan todos los granos que hayan llegado a él excepto uno, que llega al molde principal, donde crece hasta abarcar toda la pieza entera. Una vez toda la pieza se ha cristalizado, se saca del molde y se corta la parte del cristal del conducto de constricción, quedándose con la parte del depósito superior, formada por el monocristal, finalizándose así el proceso de fabricación [2].

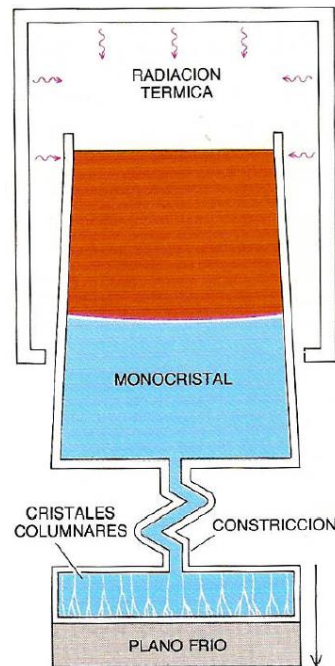


Figura 2.9 Formación de una pieza monocristalina

- Polímeros piezoeléctricos: Los primeros polímeros piezoeléctricos eran compuestos orgánicos que se descubrió que si se enfriaban en presencia de un campo eléctrico adquirirían una polarización junto con sus respectivas propiedades piezoeléctricas. Sin embargo este tipo de materiales no empezaron a ser atractivos para su uso hasta el descubrimiento del PVDF (Polímero de Fluoruro de Polivinilideno). A pesar de que es un campo ampliamente estudiado, el conocimiento teórico aún no ha dado los frutos que cabría esperar a nivel práctico, aunque muchos expertos coinciden en que los polímeros jugarán un papel importante en el futuro de los piezoeléctricos, ampliando en gran medida sus ámbitos de aplicación, bastante escuetos a día de hoy [2].
- Composites piezoeléctricos: Son materiales compuestos por varias fases, siendo una de ellas algún tipo de cerámica piezoeléctrica (fase activa) y la otra un polímero o vidrio (matriz) [2].

Definiendo la conectividad como la continuidad de cada fase con el exterior, esto es, en que direcciones están unidas cada una de las fases con materiales externos al composite, podemos nombrar las conectividades mediante numeraciones tipo (#-#), siendo # números del 0 al 3 que definen las direcciones de conectividad de cada fase con el exterior del composite, refiriéndose el primer número a la fase activa y el segundo a la matriz. De esta forma, un composite (1-3) tiene una fase activa que conecta con el

exterior del composite en la dirección 1 y una matriz que conecta en las 3 direcciones [2].

La ventaja de estos materiales reside en la capacidad de diseñarlos específicamente para que trabajen en las direcciones deseadas mediante el diseño de la geometría interna del composite [2].

2.5.1 Algunas cerámicas piezoeléctricas

En la Tabla 2.1 se muestra una relación de algunas cerámicas piezoeléctricas y sus principales propiedades.

Distribuidor	Material	Constantes de carga		Constante de voltaje		Coeficiente de acoplamiento		Módulo de Young	
		d_{31} (10^{-12} m/v)	d_{33} (10^{-12} m/v)	g_{31} (10^{-3} m/v)	g_{33} (10^{-3} m/v)	k_{31}	k_{33}	Y_{11}^E (10^{10} m/v)	Y_{33}^E (10^{10} m/v)
Kyocera	KPM- 6	-139	317	-8,7	19,2	0,3	0,64	7,8	6,8
	KPM- 12	-57	69	-8,1	9,9	0,22	0,27	10,8	10,6
	KPM- 31	-190	400	-10,8	22,6	0,34	0,69	5,7	5,3
	KPM- 33	-290	600	-9,6	19,4	0,41	0,75	5,8	4,6
	KPM- 34	-300	700	-7,9	18,4	0,4	0,73	6,1	4,3
	KPM- 41	-140	320	-11	24,7	0,35	0,71	7,9	6,3
Noliac	NCE40	-140	320	-11	27	0,34	0,7	7,7	5,9
	NCE41	-130	310	-11	25	0,33	0,68	7,7	6,2
	NCE46*	-130	290	-11	28	0,33	0,68	7,7	5
	NCE51	-195	443	-13	26	0,38	0,74	6,2	5,3
	NCE53	-150	360	-9	23	0,32	0,65	6,2	5,6
	NCE55	-260	670	-9	19	0,39	0,72	5,9	4,8
	NCE56	-250	580	-9	20	0,37	0,74	5,6	5
	NCE57*	-170	425	-11	27	0,33	0,7	5,9	4,3
	NCE59*	-240	575	-10	23	0,37	0,75	5,9	4,3
	NCE80	-110	270	-11	28	0,31	0,69	6,2	5,9
	NCE81	-100	255	-11	28	0,3	0,69	6,2	5,9

Tabla 2.1 Propiedades de varias cerámicas piezoeléctricas [9][10]

2.6 Dispositivos piezoeléctricos

Básicamente los piezoeléctricos pueden utilizarse para generar energía eléctrica a partir de deformaciones o tensiones mecánicas o para producir deformaciones aportando energía eléctrica, sin embargo, atendiendo no tanto al funcionamiento del dispositivo sino a las aplicaciones, se distinguen 4 grupos diferentes de dispositivos, que son generadores, sensores, actuadores y transductores. Es conveniente señalar que la misma pieza puede actuar como cualquiera de los dispositivos dependiendo del uso que se le dé.

2.6.1 Generadores

Se trata de dispositivos que producen energía eléctrica a partir de las deformaciones que sufren. Principalmente debemos diferenciar entre 3 grandes grupos, generadores de carga mecánica estática, generadores de carga dinámica y baterías de estado sólido [1].

- Los generadores de carga estática se caracterizan por tener entradas de muy baja frecuencia en relación a la frecuencia de resonancia del piezoeléctrico. Debido a que suelen generar unos voltajes muy altos se han utilizado típicamente para generar una chispa entre dos electrodos en sistemas de ignición/encendido (sistemas de circuito abierto), cuyo caso más común puede ser el mechero eléctrico, aunque puede rectificarse la señal eléctrica mediante sistemas electrónicos para que sea utilizable como fuente de energía eléctrica “convencional”, es decir reducir el voltaje y aumentar la corriente. Otro uso de este tipo de generadores es como generadores de un único uso, en este caso, el piezoeléctrico es capaz de producir un voltaje muy alto durante un breve periodo de tiempo, tras el cual el piezoeléctrico se despolariza quedando inservible para su posterior uso, siendo un sistema utilizado para detonar explosivos entre otras aplicaciones.
- Los generadores de carga dinámica aprovechan pequeñas vibraciones de frecuencias próximas a la de resonancia del piezoeléctrico. En la ignición de impacto, un martillo golpea al piezoeléctrico pero son las vibraciones que produce en este, gracias a un diseño del dispositivo que hace que reboten, lo que provoca la chispa.
- Las baterías de estado sólido se fabrican a base de finas láminas piezoeléctricas alternadas con electrodos, lo que reduce el grosor del piezoeléctrico y aumenta su superficie, reduciendo así el voltaje de salida, además de tener un condensador en paralelo para reducirlo aún más.

2.6.2 Sensores

Los sensores son, en general, dispositivos muy similares a un generador, ya que ambos transforman esfuerzos mecánicos en cargas eléctricas, sin embargo, a diferencia de los generadores, la carga eléctrica que generan suele ser pequeña y no se utiliza para alimentar ningún proceso, sino como señal que un dispositivo electrónico o informático interpreta

posteriormente para calcular el esfuerzo sufrido por el piezoeléctrico. Se puede hablar de dos grandes grupos dentro de los sensores que son los sensores axiales o sensores d_{33} y los sensores a flexión o sensores d_{31} , aunque existen otros muchos tipos de sensores piezoeléctricos [1].

- Los sensores axiales utilizan piezoeléctricos que funcionan en modo 33, es decir, tanto la fuerza mecánica aplicada y los esfuerzos generados en la pieza como la carga eléctrica desarrollada se producen en la dirección de polarización del dispositivo. Una de las aplicaciones de este tipo de sensores es como acelerómetros, el sistema más simple consiste en un disco piezoeléctrico colocado entre dos masas sísmicas, esto son piezas normalmente metálicas que actúan a modo de pesos, y cuyas direcciones axiales, tanto la del disco piezoeléctrico como las de las masas sísmicas, es paralela a la dirección en la que se quiere medir la aceleración. Cuando se produce una aceleración, las masas sísmicas producen una fuerza proporcional a la aceleración sobre el piezoeléctrico, que a su vez genera un voltaje proporcional a esta fuerza, y por tanto proporcional a la aceleración, que puede ser medida por sus correspondientes dispositivos de procesamiento de la señal.
- Los sensores a flexión funcionan en modo 31 lo que implica que, aunque la fuerza aplicada y la carga eléctrica generada se producen ambas en la dirección de polarización, esta fuerza mecánica produce flexión en la pieza, lo que provoca que los esfuerzos de tracción-compresión se produzcan en dirección perpendicular a la de polarización. Los dispositivos más habituales de este tipo de sensores son placas a flexión compuestas por dos láminas piezoeléctricas unidas por sus caras de signos contrarios a modo de cantiléver.
- Otros sensores piezoeléctricos son, entre otros, los cables sensores, los sensores táctiles, sensores de respiración o sensores SAW.

2.6.3 Actuadores

Los actuadores son dispositivos que reciben una señal eléctrica y generan un desplazamiento o esfuerzo mecánico. Las principales ventajas de los actuadores piezoeléctricos respecto a otros sistemas como los electromagnéticos residen en su capacidad de realizar movimientos o esfuerzos muy precisos, la eliminación del ruido electromagnético y la capacidad

de miniaturizar motores sin tener perdida de eficiencia. A continuación se da una breve explicación de algunos de estos dispositivos [1].

- Los actuadores axiales y transversales son dispositivos que reciben una señal eléctrica en la dirección de polarización y desarrollan un desplazamiento o esfuerzo útil en la dirección de polarización o en la dirección perpendicular, según si trabaja como actuador axial o transversal. La principal característica de estos dispositivos es la capacidad de generar pequeños desplazamientos y grandes esfuerzos.
- Los actuadores a flexión son dispositivos que al recibir una excitación eléctrica en la dirección de polarización, generan una deformación en la dirección perpendicular a esta dirección que provoca la flexión del dispositivo. Se caracterizan por poder desarrollar grandes desplazamientos en relación a su tamaño pero pequeños esfuerzos mecánicos.

2.6.4 Transductores

Los transductores convierten señales eléctricas en vibraciones (transmisores), vibraciones en señales eléctricas (receptores) o pueden realizar ambas tareas (transmisores/receptores). Para dar una visión general de estos dispositivos se pueden organizar en función de las frecuencias de las vibraciones distinguiendo [1]:

- Los transductores de frecuencias de sonido audibles funcionan a frecuencias inferiores a los 20 kHz. Sus características más importantes son su simplicidad, el pequeño volumen del dispositivo, su fiabilidad y la capacidad de generar altos volúmenes de sonido a partir de una señal eléctrica de baja potencia, lo que los hace ideales para dispositivos alimentados por batería. Algunas de sus utilidades son como micrófono de teléfono, alarmas o relojes entre otros.
El diseño más simple de este tipo de transductores consiste en un disco piezoelectrico unido a un diafragma metálico. Cuando se le aplica un voltaje alterno, el piezoelectrico se deforma con la frecuencia de la señal eléctrica que se le aplica, haciendo vibrar al diafragma, que genera las ondas sonoras.
- Los transductores de ondas ultrasónicas para medios líquidos o sólidos se utilizan principalmente para sistemas de limpieza ultrasónica, que consiste en la

eliminación de suciedad mediante vibraciones en un medio habitualmente líquido, aunque también se puede utilizar en medios sólidos como ciertas arenas por ejemplo. Estas vibraciones provocan el desprendimiento de impurezas como por ejemplo los óxidos de una pieza. Además, estos transductores también se utilizan como pulverizadores de líquidos tales como atomizadores o humidificadores o en terapia ultrasónica.

- Los transductores para transmisión de señales ultrasónicas funcionan como medidores de distancias y su ejemplo más típico es el del sonar. Básicamente consiste en un emisor que genera una señal ultrasónica y un receptor, que puede o no ser el mismo dispositivo que el emisor, que la capta, tras lo cual se procesa la información y se calcula la distancia a partir del tiempo transcurrido entre la emisión y la recepción. Otras aplicaciones además del sonar puede ser como medidores del nivel en depósitos o detectores de presencia, aunque funcionan por el mismo principio.

3. La vía ferroviaria

La vía es la encargada de guiar al tren de forma económica y segura, aunque esta es más antigua incluso que el propio ferrocarril, habiendo menciones a vagonetas sobre carriles ya en 1550 en la Cosmografía Universal de Munster, mientras que la primera locomotora no aparece hasta 1804, de la mano de Ricardo Trevithick [3].

Se trata de un elemento básico para el ferrocarril, que limita el movimiento del vehículo a la trayectoria definida por el carril. Además, a pesar de que hoy en día existen algunos tranvías con ruedas de goma [8], la gran mayoría de los ferrocarriles actuales utilizan sistemas vía-rueda en los que ambos elementos son de acero. Estas dos propiedades, limitación de la trayectoria y contacto acero-acero entre la rueda y el carril son las responsables de algunas de las principales ventajas e inconvenientes de este tipo de transportes, como son [4]:

- Un solo grado de libertad en el trayecto, que limita la gobernabilidad del tren a la regulación de la velocidad de marcha. Esto, que a priori puede ser una limitación, también tiene ventajas como la facilidad de automatización respecto a otros medios de transporte.
- Capacidad de carga muy alta en relación a la potencia utilizada, debido al bajo rozamiento entre la rueda y el carril.

- Gran seguridad a altas velocidades, ya que su único grado de libertad hace que la vía esté diseñada específicamente para las condiciones de paso del tren por cada tramo, lo que permite que el peralte en curvas por ejemplo este optimizado para la trayectoria que sigue el vehículo así como para su velocidad de paso.
- Independencia de la plataforma ferroviaria que evita colapsos en la vía debidos al tráfico y permite mantener estándares de puntualidad muy altos.
- Gran limitación de rampas y pendientes máximas (3% para ferrocarriles y 4,5% en metros y tranvías) debido al bajo rozamiento acero-acero entre las ruedas y el rail.

3.1 Elementos de la vía

La vía se compone de varios elementos que abarcan desde los carriles o el balasto hasta los cambios de aguja o elementos de señalización, de los cuales se detallan los principales en este capítulo.

3.1.1 El carril

El carril es el elemento de la vía en contacto con el tren cuya principal misión es el guiado del vehículo así como la absorción de los esfuerzos recibidos por el paso del tren (tanto verticales como longitudinales y transversales) y aportar la adherencia suficiente para el avance o frenado del tren. Además, por el carril también circulan corrientes eléctricas como el retorno de la corriente que la catenaria suministra al tren o la corriente para los sistemas de señalización de la vía. A pesar de que los primeros carriles para trenes tenían un perfil de doble T, a partir de los años 30 se deja de usar este tipo de perfil y en la actualidad se utiliza el perfil Vignole, representado en la Figura 3.1, en el que se distinguen 3 partes básicas [3]:

- La cabeza es la zona destinada al contacto con la rueda. Debe ser capaz, entre otras cosas, de repartir los esfuerzos debidos al contacto con la rueda entre su propia masa, así como poder hacer frente al desgaste tanto vertical, de aproximadamente 1 milímetro por cada 100.000 trenes, como lateral en las curvas de radio reducido debido al contacto entre la pestaña de la rueda y el rail. Todo esto hace que la geometría de sus caras sea muy importante, utilizándose radios de curvatura de unos 300 milímetros para la cara superior que mejoran el reparto de cargas e

inclinaciones de 1/20 aproximadamente en las caras laterales que evitan el contacto con las pestañas en recto pero lo permiten en curvas más pronunciadas. Además se debe tener en cuenta la ubicación final del carril, ya que por ejemplo en túneles la corrosión sufrida es mucho mayor y se utilizan revestimientos protectores para reducirla.

- El alma es la encargada de dar altura al carril proporcionando además la inercia a flexión necesaria para aguantar los momentos flectores generados por el tren. Es importante además que tenga el suficiente espesor para soportar los esfuerzos cortantes a los que se ve sometido el carril, así como las tensiones producidas en las proximidades de los orificios de las bridas, sin olvidarse de la inevitable corrosión, por lo que se utilizan espesores de entre 15 y 17 milímetros, siendo más gruesos en el caso de carriles para túneles.
- El patín es el elemento por el cual se une el carril a las traviesas. Sus características más importantes son el ancho, que da estabilidad al carril y reparte la presión transmitida a la traviesa (aunque esto puede solventarse también con el uso de placas de asiento) y la forma y espesor, que deben estar en equilibrio con la sección de la cabeza del rail. Además el diseño también está muy ligado al sistema de fabricación del carril.

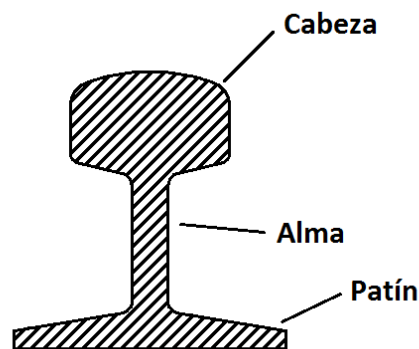


Figura 3.1 Partes principales del carril

Habitualmente se nombra a los carriles en función del peso por metro del elemento, por lo que un carril UIC54 se refiere a un rail que pesa 54kg por cada metro, mientras que las letras UIC hacen referencia al organismo que da las pautas de normalización por las que se rige la pieza (en este caso Union International des Chemins de Fer) [8].

Las exigencias a las que se somete el rail hacen que las especificaciones de este requieran de un compromiso entre diferentes propiedades contrapuestas entre sí, como son [8]:

- Rigidez y flexibilidad. Es necesario que el carril tenga suficiente rigidez para soportar los grandes esfuerzos a los que está sometido sin flexionarse demasiado, sin embargo, es necesario que tenga la flexibilidad necesaria para que no se produzca la rotura por los esfuerzos provocados.
- Peso por metro. Se debe llegar a un equilibrio entre un peso suficiente para que la pieza tenga una durabilidad aceptable y el coste que supone el material para fabricarlo.
- Adherencia rueda carril. La baja adherencia entre rueda y carril es una gran ventaja al poder llevar grandes cargas con potencias motrices muy pequeñas en comparación. Sin embargo, una adherencia demasiado baja limita mucho las rampas y pendientes máximas que puede afrontar el tren, así como aumenta la distancia de frenada.
- Sección transversal. Si bien sería posible el diseño de perfiles optimizados para cada tramo de vía y uso de esta, los costes de fabricación serían enormes. Por ello hay un número limitado de perfiles en el mercado que abarcan las diferentes necesidades de las vías sin llegar a ser perfectamente óptimos para cada punto del recorrido.

3.1.2 La traviesa

Recibe su nombre por ser el elemento trasversal de la vía, y su principal función es la de mantener el ancho de vía constante, sirviendo de soporte a los carriles, transmitiendo los esfuerzos soportados por estos hasta el balasto y manteniendo además su inclinación de 1/20, por lo que debe ser lo suficientemente rígida pero también tener un mínimo de elasticidad. Además, la utilización de los carriles como conductor de señales eléctricas hace que la traviesa también deba ser aislante para evitar el paso de corriente entre los carriles. Puede verse un esquema de una traviesa en la Figura 3.2 [3].

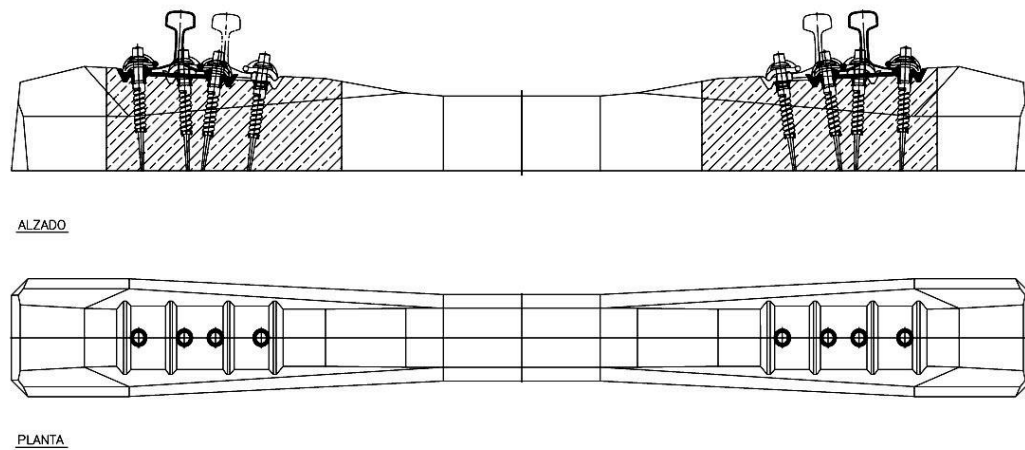


Figura 3.2 Esquema de traviesa polivalente para varios anchos de vía

Actualmente la gran mayoría de traviesas instaladas son las de madera, muy utilizadas hasta hace pocas décadas, y las de hormigón, siendo estas las más utilizadas hoy en día en la construcción de nuevas vías. Además también se utilizaron traviesas de metal, desarrolladas principalmente en India, donde aún continúan muchas en servicio, como alternativa a las de madera cuando esta empezó a ser más escasa, sin embargo, las traviesas metálicas, si bien son más baratas, presentan varios inconvenientes como su poco peso, la generación de ruidos y su capacidad de conducción entre ambos carriles [3].

Respecto a las traviesas de madera y hormigón, se detallan a continuación sus principales características [3]:

- Las traviesas de madera siguen instaladas en cientos de kilómetros de vía en la actualidad, e incluso se siguen instalando en aparatos de vía como desvíos y cruzamientos entre otros debido a su facilidad de cajeado, que permite darlas formas fácilmente y a bajo coste. Si bien las traviesas de madera cumplen las características necesarias de rigidez, elasticidad y aislamiento, así como tener un comportamiento excelente frente al deslizamiento ya que el balasto se clava en ellas [4], también tienen características no deseables como su poco peso, que reduce la capacidad de soportar y transmitir los esfuerzos, su durabilidad limitada, que requiere de tratamientos para la madera ya que si no se pudre con rapidez, y

su limitación a vías de velocidades inferiores a 180 km/h. Estos inconvenientes, sumados a la escasez creciente de maderas de calidad como el roble, el pino, el haya o el akoga, hacen que su uso se haya ido sustituyendo por el de traviesas de hormigón.

- Las traviesas de hormigón, surgen como alternativa a las traviesa de madera cuando la escasez de maderas de calidad empujan a buscar un sustituto que tenga propiedades comparables a precios asequibles. Las primeras eran piezas macizas de hormigón rectangulares, sin embargo estas traviesas se agrietaban con gran facilidad debido a que el paso del tren desalojaba el balasto de debajo de los raíles y lo depositaba en el centro de la vía provocando que la traviesa estuviese trabajando como una viga apoyada en el centro y con esfuerzos verticales en los extremos, lo que le genera flexión y por tanto la pieza quedaba sometida a tracción, que como bien se sabe es fatal para el hormigón.

Para evitar el agrietamiento, se pasó a utilizar la traviesa bibloque, que consiste en dos piezas de hormigón que hacen de extremos unidas por una riostra metálica. Esta traviesa, utilizada en vías importantes de España, si bien soluciona de manera eficaz el problema del agrietamiento, tiene varios inconvenientes como su área en contacto con el balasto de pequeñas dimensiones, que provoca que se incremente en gran medida la presión generada entre traviesa y balasto, la gran cantidad de acero necesario y su baja capacidad de mantener el ancho de vía, agravado por la corrosión de la riostra.

Más tarde aparece la traviesa monobloque. Consiste en un único elemento de hormigón armado pretensado, esto hace que el hormigón este sometido siempre a compresión de forma que cuando se produce la flexión debida al desplazamiento del balasto, se genera una descompresión en el hormigón, sin que este llegue a trabajar nunca a tracción. Además, el área de contacto con el balasto es suficientemente grande, su capacidad de mantener el ancho de vía es alta, no tiene problemas de corrosión y no requiere de gran cantidad de acero (7kg por traviesa frente a los 21kg de la traviesa bibloque), solventando así los problemas de la traviesa bibloque. Debido al uso de diferentes anchos de vía en España, RENFE ha desarrollado traviesas monobloque en las que se pueden instalar diferentes anchos de vía, que se conocen como traviesas polivalente (ver Figura 3.2).

Otro tipo de traviesas de hormigón son las traviesas de dos rótulas, que solventan el agrietamiento mediante la eliminación del momento flector utilizando rótulas pero que tienen problemas de deterioro prematuro en las propias rótulas, así como en el balasto que hay bajo ellas.

La traviesa ancha es, como su nombre indica, una traviesa de grandes dimensiones, lo que provoca que su área de contacto con el balasto sea excepcionalmente grande, reduciendo casi a la mitad las presiones soportadas. Si bien su gasto en material casi se dobla, se ha demostrado en ensayos que tiene un buen comportamiento, con gran estabilidad tanto vertical como lateral y con necesidades de mantenimiento casi nulas.

- La vía en emparrillado se encuentra en un punto intermedio entre la vía de balasto y la de placa. Consta de traviesas monobloque unidas entre sí formando un emparrillado. Si bien, tiene buenas propiedades como vía de balasto, no presenta mejoras frente a la vía de placa y sus costes son solo ligeramente más bajos que esta.

3.1.3 El balasto

La capa de balasto consiste en un conjunto granulado de piedras de tamaños similares en el que se encuentran embebidas las traviesas. Se trata de un elemento muy utilizado que pese a que poco a poco se va sustituyendo por el uso de vía en placa en ferrocarriles metropolitanos y tranvías, sigue instalándose en ferrocarriles de media y larga distancia así como en tramos en superficie en ciudades debido a su bajo coste respecto a la opción de vía en placa [3].

Las principales funciones del balasto son las siguientes [3]:

- La transmisión y reparto de las cargas de la traviesa evitando que se superen las tensiones máximas permitidas en las capas por debajo de esta.
- La sujeción de las traviesas embebidas en el balasto, evitando su desplazamiento en todas las direcciones, motivo por el cual las traviesas se encuentran embebidas en el balasto dejando libre únicamente su cara superior.
- Permitir el drenaje de aguas gracias a su composición granular.

- Amortiguar las vibraciones procedentes de las traviesas, cuya energía se disipa con el roce entre los granos del propio balasto.
- Evitar el crecimiento de vegetaciones en las inmediaciones del carril.
- Actuar como elemento elástico que reduce la rigidez de la rodadura acero-acero.

Si bien el balasto cumple bien estas funciones, también tiene algunos inconvenientes como lo es su tendencia a deformarse con el uso, lo que provoca la variación del trazado de la vía, lo que obliga a realizar costosos procesos de mantenimiento como el bateo del balasto para recuperar la geometría de la vía. Para solucionar este aspecto, se han realizado varias investigaciones sobre el uso de materiales que aglutinen el balasto sin llegar a limitar totalmente sus desplazamientos entre granos de forma que se mantenga la geometría pero también la elasticidad del balasto, sin embargo aún no se ha hallado una solución que solvete de forma correcta ambos problemas [3].

Debido a las grandes cantidades de balasto necesarias para la construcción de la vía suele primar el aspecto económico y la disponibilidad frente a la calidad de los materiales utilizados, siempre y cuando cumplan unas propiedades mínimas. Actualmente la UIC intenta establecer una serie de normas básicas comunes en la elección del balasto, inicialmente como recomendaciones y previsiblemente como obligación más adelante, pero a día de hoy es un proyecto de futuro, si bien cada administración puede tener una normativa propia [3].

3.1.4 El sub-balasto

El sub-balasto es una capa situada entre el balasto y la plataforma formada por granos de menor tamaño que el balasto, habitualmente consistente en gravas o arenas, cuya función es la de evitar que el balasto penetre en la plataforma. Además debe tener capacidad de filtrado para evitar balsas de agua [5].

3.1.5 Geotextiles

Los geotextiles son membranas sintéticas que se utilizan para evitar que el sub-balasto se mezcle con la plataforma, separando diferentes capas de materiales granulados y en ocasiones también para aportar resistencia a la plataforma si esta no tiene la suficiente [5].

3.1.6 La plataforma

La plataforma es la superficie de tierra o roca sobre la que se asienta la vía. Sus características dependen fundamentalmente de los parámetros geotécnicos de los suelos de los que se detallan los más importantes a continuación [3]:

- La granulometría y más en concreto el porcentaje de finos (partículas inferiores a las 80 micras) es una de las propiedades que más condicionan la calidad del suelo.
- Los límites líquido W_L y plástico W_P , que determinan la cantidad de agua que provoca el cambio de estado del suelo, o dicho de otro modo, es un índice que permite predecir la estabilidad del terreno en función del agua que alberga.
- El índice plástico I , calculado como la diferencia entre W_L y W_P que permite predecir el comportamiento del terreno en función del agua que alberga.

A partir de estos y otros parámetros la UIC define diferentes calidades de suelos clasificados según la ficha UIC 719 R presentada en la Tabla 3.1. Estas calidades son las siguientes [3]:

- QS_0 , son suelos de muy mala calidad y necesitan ser reemplazados o tratados con elementos ligantes.
- QS_1 , de calidad mala aunque se pueden utilizar como plataforma sin necesidad de tratamientos.
- QS_2 , suelos de calidad media.
- QS_3 , suelos de buena calidad.

Tabla 3.1 Clasificación de suelos según la ficha UIC 719 R [3].

Clasificación de los suelos (clasificación geotécnica)	Clase de la calidad de los suelos
0-1 Suelos sueltos con contenido orgánico. 0-2 Suelos finos [porcentaje de finos superior al 15% (1)] muy húmedos y por tanto no compactables (debido a que su "secado" con tratamientos ligantes no es factible por razones técnicas y/o económicas). 0-3 Suelos tixotrópicos (2) (por ejemplo arcillas expansivas). 0-4 Materiales solubles (como pueden ser los suelos que contengan sal gema o yeso). 0-5 Materiales contaminantes (por ejemplo, los desechos industriales contaminantes). 0-6 Suelos mixtos "minerales orgánicos" (2).	Q S ₀
1-1 Suelos que contengan mas del 40% de finos. 1-2 Rocas muy evolutivas. Por ejemplo: <ul style="list-style-type: none"> • Cretas de densidad menor de 1,7 t/m³ muy poco friables. • Margas. • Esquisitos alterados. 	Q S ₁
1-3 Suelos que contengan de n 15 a un 40% de finos (1). 1-4 Rocas evolutivas. Por ejemplo: <ul style="list-style-type: none"> • Cretas de densidad menor de 1,7 t/m³ poco friables. • Esquisitos no alterados. 1-5 Rocas blandas Por ejemplo si Deval seco < 6 y Los Angeles > 33	Q S ₁ (3)
2-1 Suelos con un contenido de un 5 a un 15% de finos (1). 2-2 Arenas uniformes con un contenido inferior al 5% de finos. 2-3 Rocas medianamente duras. Por ejemplo si 6 < Deval seco < 9 y 30 ≤ Los Angeles ≤ 33	Q S ₂ (4)
3-1 Suelos con un contenido inferior al 5% de finos (1). 3-2 Rocas duras. Por ejemplo si Deval seco ≥ 9 y Los Angeles ≤ 30	Q S ₃

- (1) Los análisis granulométricos a que corresponden estos porcentajes se refieren al tamiz
- (2) Ciertas administraciones colocan en este caso en la clase de calidad Q S₁.
- (3) Estos suelos se pueden introducir en Q S₂ si se tiene la seguridad de que las condiciones hidrogeológicas e hidrológicas son buenas.
- (4) Estos suelos pueden clasificarse como Q S₃ si se tiene la seguridad de que las condiciones hidrogeológicas e hidrológicas son buenas.

3.1.7 Las sujeciones

Las sujeciones son elementos que conectan el carril con la traviesa (o bloque en el caso de vía en placa), siendo su principal función la de mantener la estabilidad del carril, evitando su vuelco así como sus desplazamientos tanto longitudinales como transversales y verticales, además de proporcionar la elasticidad necesaria (especialmente en vía de placa ya que carece además de la elasticidad que le aporta el balasto). Además, se debe garantizar el aislamiento eléctrico entre ambos carriles, como ocurría con las traviesas [3].

En el capítulo económico cabe destacar que son uno de los elementos más determinantes de la vía, ya que su revisión y mantenimiento puede ser muy costoso, por lo que suelen utilizarse sistemas “fit and forget” (instalar y olvidar) [3].

Debido a la gran variedad de soluciones desarrolladas para las uniones, es necesario poder clasificar estos elementos según ciertos criterios. Una primera clasificación es según su anclaje a la traviesa, por la cual se distinguen [3]:

- Sujeciones directas, en las que el elemento de anclaje de la traviesa es el mismo que el elemento de anclaje al rail, pudiendo o no haber una placa intermedia entre el carril y la traviesa tal y como se muestra en la Figura 3.3.

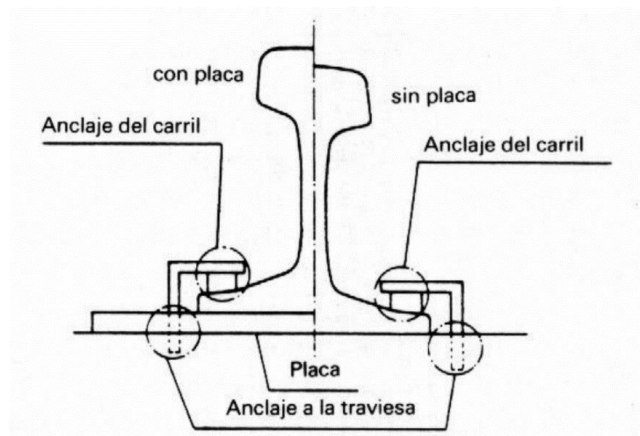


Figura 3.3 Sujeción directa con y sin placa intermedia

- Sujeciones indirectas, cuyos elementos de apriete del carril están anclados a una placa intermedia entre el rail y la traviesa, que a su vez dispone de sus propios anclajes a la traviesa, que puede verse en la Figura 3.4.

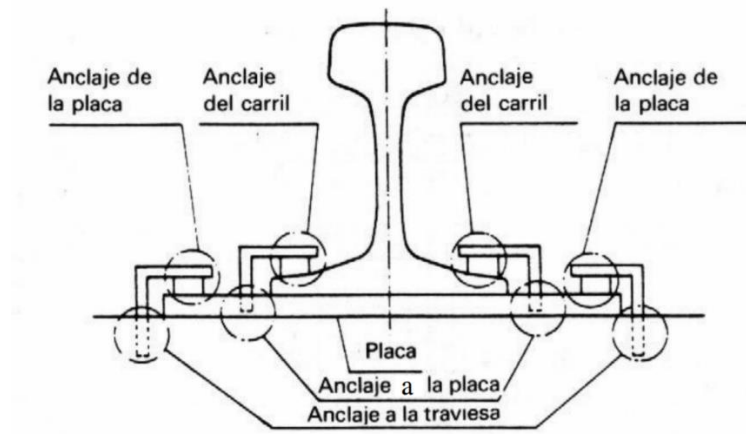


Figura 3.4 Sujeción indirecta

- Sujeciones mixtas, en las cuales hay elementos de anclaje exclusivos entre la placa y la traviesa al igual que en las sujeciones indirectas, pero también hay elementos que unen de forma directa el carril y la traviesa, como puede verse en la Figura 3.5.

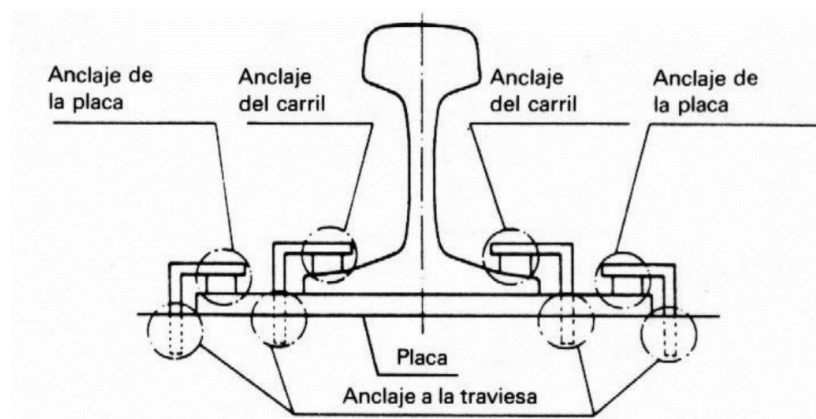


Figura 3.5 Sujeción mixta

También es importante una distinción entre sujeciones rígidas y sujeciones elásticas [3]:

- Las sujeciones rígidas son aquellas en las que los esfuerzos se transmiten de carril a la traviesa a través de elementos rígidos. Son en general soluciones más simples que en el caso de las sujeciones elásticas, pero no amortiguan la rodadura y su falta de elasticidad limita su vida útil debido a que los grandes esfuerzos que soportan plastifican los elementos dando lugar a holguras y desajustes prematuros, por lo que se utilizan poco a día de hoy.
- Las sujeciones elásticas son aquellas que incorporan elementos elásticos en la transmisión de esfuerzos entre rail y traviesa, por lo que sus elementos de apriete deben tener algún sistema que actúe como fleje manteniendo el apriete en el patín independientemente de la deformación sufrida en la sujeción, ya que de otra forma, cuando hubiese deformaciones elevadas (por ejemplo con el paso del tren) se darían situaciones en las que el patín dejase de estar presionado por la sujeción, teniendo libertad de movimiento. Además pueden diferenciarse las sujeciones elásticas simples, en las que únicamente es elástica una de las sujeciones (entre carril y placa, entre placa y traviesa o entre carril y traviesa) y las sujeciones doblemente elásticas, en las que varias de estas sujeciones son elásticas.

3.1.8 Vía en placa

La vía en placa surge de la necesidad de la alta velocidad de disponer de trazados de tolerancias muy estrictas en cuanto a geometría, sin embargo, este tipo de vía también ha sido muy utilizado en los ferrocarriles metropolitanos, debido a que el mantenimiento que precisan es mucho menor que el de la vía de balasto, factor muy importante para un medio de transporte de uso masivo en el que las horas en las que poder realizar el mantenimiento son reducidas, pudiendo suponer un máximo de unas 2 horas útiles por día [3].

Además del enorme ahorro en costes y tiempo de mantenimiento, la vía en placa tiene otras ventajas como son la suavidad de rodadura respecto a la vía en balasto, la reducción de tensiones aplicadas sobre la plataforma, o la reducción de espesor necesario en las estructuras de asiento, que permite la reducción del diámetro de los túneles [3].

Sin embargo la vía en placa también tiene inconvenientes a tener en cuenta como son un mayor coste de instalación respecto a la vía sobre balasto (que sin embargo puede amortizarse con los ahorros en el mantenimiento), la dificultad de reparaciones o correcciones de errores de ejecución que pueden dar lugar a grandes sobrecostes, lo que hace necesarias medidas para garantizar una ejecución correcta, así como mayores niveles de transmisión de ruidos respecto a la vía en balasto si no se utilizan sistemas específicos para evitarlo [3].

A día de hoy existen diferentes tipos de vía en placa de las que se explican brevemente algunas a continuación, siendo las tres primeras vía en placa “pura”, las cinco siguientes de vía en placa mixta con traviesas, seguidas de tres tipos de vía en placa de bloques prefabricados aislados y finalmente el caso concreto de la vía en placa de carril embebido [3]:

- Sistema de placas prefabricadas: consiste en una plataforma formada por placas de hormigón pretensadas (ver Figura 3.6) que descansan sobre un lecho de hormigón y bajo las que se inyecta mortero de cemento-asfalto para conseguir un apoyo uniforme a la vez que proporciona un mínimo de elasticidad necesario. Este sistema tiene su principal inconveniente en la dificultad en la alineación y enrasado de las placas prefabricadas.



Figura 3.6 Placa prefabricada

- Placa continua construida in situ: en este sistema las fijaciones van directamente ancladas a la placa de hormigón. Una máquina extiende diferentes capas (capa anticongelación, capa de cemento y placa de hormigón) tras lo cual una segunda máquina tras la extendedora da forma de traviesa a la sección transversal y

construye los asientos de la sujeción con la altura y posición necesarias. Otra opción es el uso de fijaciones premontadas que se colocan antes de verter el hormigón, como se muestra en la Figura 3.7.

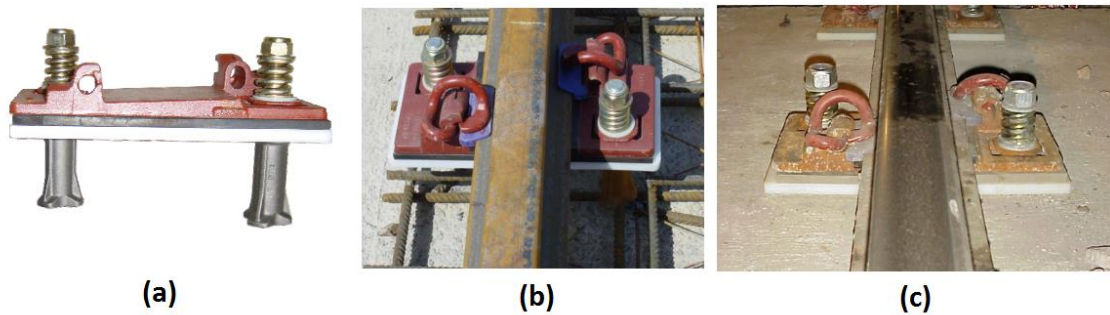


Figura 3.7 Fijación para vía en placa continua (a), colocada antes de verter el hormigón (b) y después (c)

- Sistema PACT (Paved Concrete Trackbed): Es un sistema desarrollado en la British Rail que consiste en una losa continua de hormigón armado sin juntas. La ventaja de este sistema es que se construye con una única máquina de tamaño reducido que puede trabajar incluso con tráfico en las vías adyacentes, sin embargo los resultados no han sido satisfactorios en algunos ensayos realizados por RENFE.
- Sistemas RHEDA: Desarrollado por los alemanes, este sistema consiste en un emparrillado de traviesas de hormigón armado embebidas en una placa de hormigón construida in situ. Estas traviesas tienen perforaciones en las que se enhebra la armadura longitudinal continua de la placa (ver Figura 3.8), adquiriendo la vía gran estabilidad. Su mayor inconveniente es precisamente la gran rigidez que adquiere la vía que hace necesaria la utilización de sujeciones más caras que aporten la elasticidad necesaria.



Figura 3.8 Vía RHEDA 2000 antes del hormigonado

- Sistema GETRAC: Consiste en la instalación de traviesas sobre balasto cubierto de asfalto como se muestra en la Figura 3.9. Para fijar horizontalmente las traviesas se hace uso de unos pivotes circulares fijados a la plataforma gracias al mortero, además del uso de geotextiles entre la traviesa y el asfalto para aumentar la fricción.



Figura 3.9 Vía GETRAC

- Sistema STEDEF: La característica principal de este sistema son sus traviesas bloque montadas sobre la placa con sujeciones doblemente elásticas. Su peculiaridad reside en que consta de dos sujeciones elásticas, siendo la primera un clip o lámina entre el carril y la traviesa y la segunda una placa elástica bajo la traviesa formada por un polímero que encierra burbujas de nitrógeno a modo de funda de la propia traviesa. Estas sujeciones están diseñadas para absorber cada tipo de vibración directamente en el origen donde se producen (las vibraciones

altas entre el carril y la traviesa, y las bajas entre la traviesa y la plataforma). En la Figura 3.10 se muestra una traviesa de este sistema.

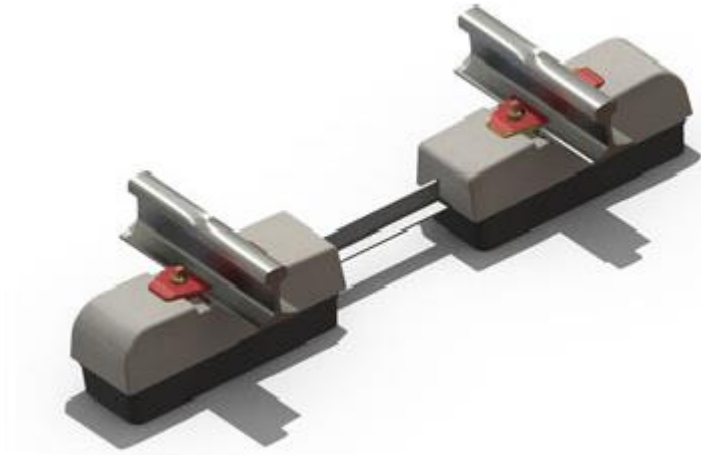


Figura 3.10 Traviesa bibloque del sistema STEDEF

- Sistema con traviesas sintéticas: Es un método que se comenzó a desarrollar en Japón en los años 80. Consiste en traviesas de poliuretano reforzado con fibra de vidrio que se embuten en la placa de hormigón. Estas traviesas tienen fundas de goma similares a las del sistema STEDEF y la placa de hormigón suele asentarse sobre una capa de elastómero que contribuye a la absorción de vibraciones. Debido al peso reducido de las traviesas por su composición, la estabilidad depende de la placa de hormigón que las sujeta.
- Vía en placa TIFLEX: Este sistema consta de traviesas monobloque o bibloque a las que se pega un material elástico conocido como Trackelast (ver Figura 3.11), que ayuda a que la traviesa se acople perfectamente en el hueco de la placa de hormigón y absorbe las vibraciones.



Figura 3.11 Pegado de Trackelast bajo la traviesa para vía TIFLEX

- Sistema COOPSETTE: es básicamente una adaptación del sistema STEDEF, cuya riostra entre los dos bloques de la traviesa dificulta el paso de personas y vehículos neumáticos por la vía en caso de emergencia o tránsito de personal de mantenimiento. Para solucionar esto, el sistema COOPSETTE elimina esta riostra central, lo que obliga a reforzar el anclaje de los bloques a la placa de hormigón para mantener el ancho de vía. En la Figura 3.12 se muestra esta vía.



Figura 3.12 Vía COOPSETTE

- Sistema de bloques EDILON: en este sistema el carril se monta sobre bloques independientes de hormigón introducidos en cazoletas también de hormigón y entre ellos se utiliza Corkelast, un elastómero consistente en una mezcla de polímero y corcho que aporta elasticidad al conjunto para absorber las vibraciones. Finalmente se cubren las cazoletas de hormigón durante la fabricación de la placa. Este sistema tiene buenos resultados, si bien necesita un premontaje con estructuras provisionales para garantizar la correcta ejecución.
- Sistema LVT (Low Vibration Track): Es otra variante del sistema STEDEF, se compone de un bloque de hormigón fuertemente armado sobre una almohadilla

de microcélulas que encierran nitrógeno, y ambos elementos se introducen en una cazoleta elástica de caucho, como se muestra en la Figura 3.13. Finalmente la cazoleta queda embebida en el hormigón de la placa. La cazoleta consta de enervaduras que permiten el movimiento vertical necesario al bloque de hormigón, además, su superficie de grandes dimensiones reduce las presiones lo que aumenta su vida útil.

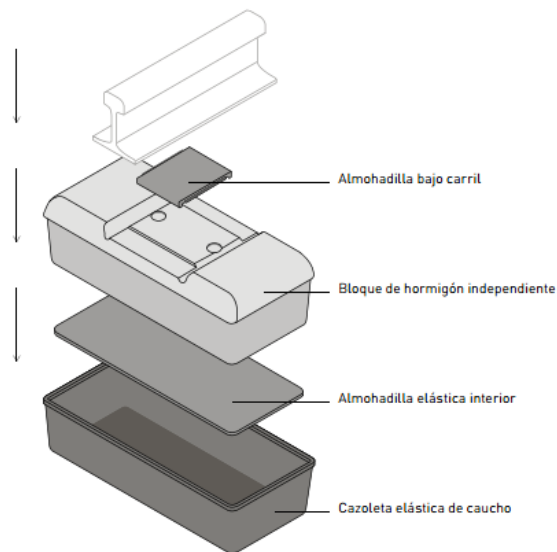


Figura 3.13 Sistema VLT

- Vía en placa de carril embebido: en este sistema se construye la placa con 2 acanaladuras donde se alojará posteriormente el carril. Una vez hecho esto se coloca una cuña de Corkelast (elastómero ya mencionado en el sistema de bloques EDILON) en la parte inferior de la acanaladura sobre la que se apoya el carril adquiriendo la inclinación necesaria. Una vez el carril está colocado sobre la cuña elástica se rellena el resto de la acanaladura con el mismo elastómero hasta que el carril queda embebido en este a excepción de su cara superior y una parte de la cara interior, por donde deberá pasar la pestaña de la rueda del ferrocarril. Para reducir el gasto de elastómero, es frecuente la utilización de tubos de PVC para disminuir el volumen a rellenar. En la Figura 3.14 se muestra la sección en la acanaladura de este tipo de vías.

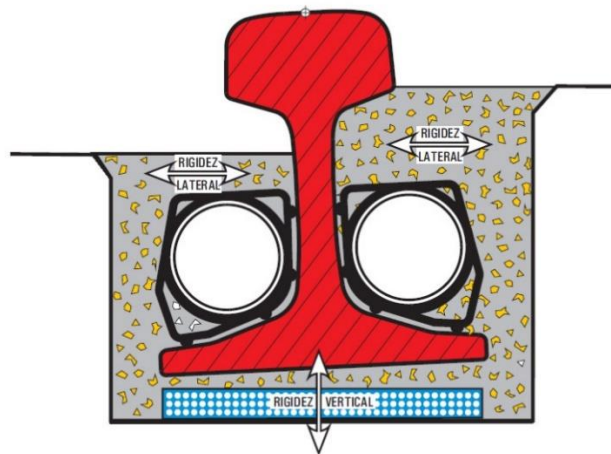


Figura 3.14 Sección de la acanaladura de la vía en placa con carril embebido

- Este tipo de vías presentan varias ventajas, siendo la principal su apoyo continuo del carril, que evita las flexiones del carril producidas entre las traviesas. Además reduce el ruido de manera eficaz y su mantenimiento es mínimo en comparación con otros tipos de vía en placa. Sin embargo, la precisión en el montaje es vital, ya que cualquier error de ejecución deriva en difíciles y costosas reparaciones teniendo que picar la placa para corregirlo.

3.2 Modelos matemáticos para el estudio de la deformación de la vía

Es necesario el conocimiento de las solicitaciones a las que se somete a la vía para dimensionar sus elementos. Estas solicitaciones pueden ser verticales, transversales o longitudinales, siendo las verticales las que se utilizan habitualmente para el dimensionamiento de la vía, mientras las transversales se utilizan para delimitar el rango de velocidades y las longitudes para el cálculo del pandeo del carril [3].

Debido a los elementos elásticos de la vía (principalmente las sujeciones y el balasto), esta se comporta en la práctica como si el carril estuviese apoyado sobre conjuntos de resortes y amortiguadores. A partir de esta hipótesis, se han desarrollado diferentes métodos a lo largo de la historia reciente que tratan de calcular de la forma más precisa posible el comportamiento de la vía, de los que se mencionan los más importantes a lo largo de este capítulo, centrándose únicamente en el estudio de la dinámica vertical de la vía [3].

3.2.1 Viga elástica continua (Viga Wlinker)

Se trata del modelo más simple, fue planteado por Wlinker en 1867 y aún se utiliza como primera aproximación a la deflexión de la vía. Consiste en una viga apoyada de forma continua sobre resortes rígidos tal y como se muestra en la Figura 3.15 [5].

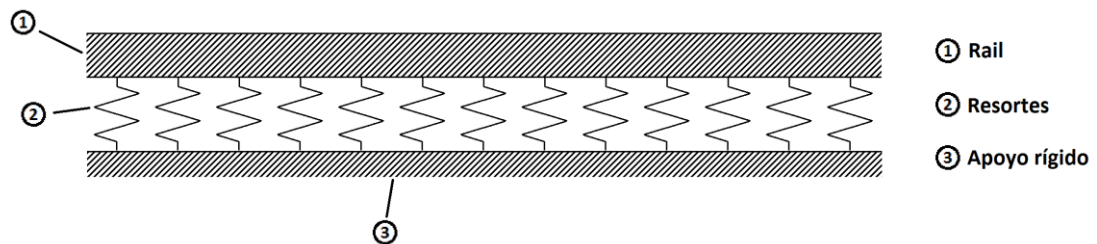


Figura 3.15 Modelo de viga Wlinker

Este método solo es aplicable en caso de soportes flexibles como pueden ser las traviesas de madera, que en el modelo se representan mediante el apoyo elástico continuo, mientras que no tiene en cuenta el efecto del balasto, ya que este se modeliza como un apoyo rígido. Además tampoco tiene en cuenta los efectos dinámicos de la vía, ya que sus ecuaciones no dependen de las masas [5].

3.2.2 Viga con apoyos discretos

En este modelo los apoyos del carril son discretos (uno por cada traviesa) en lugar de suponerse un apoyo continuo, como se hace en la viga Wlinker. Además, tiene en cuenta el efecto elástico del balasto, simulándolo mediante conjuntos de resortes y amortiguadores situados bajo la traviesa, como se muestra en la Figura 3.16 [5].

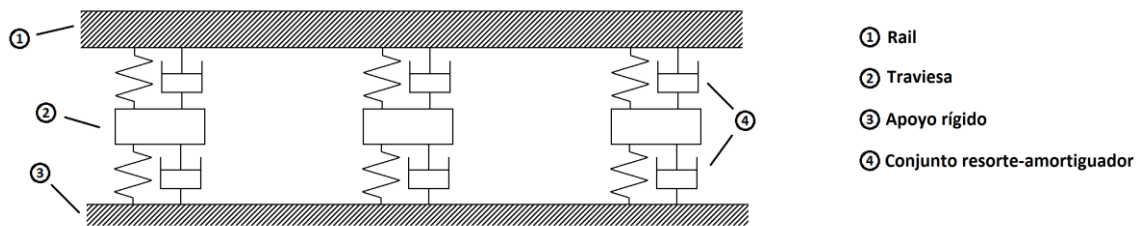


Figura 3.16 Modelo de viga con apoyos discretos

Además, este modelo también puede tener en cuenta el efecto de la masa del balasto, que influye en cálculos relacionados con la resonancia a baja frecuencia. En este caso, cada traviesa se conecta mediante un conjunto de resorte-amortiguador a la masa de balasto que se encuentra bajo ella, mientras que estas masas están conectadas entre ellas así como a la plataforma, que se supone un apoyo rígido, mediante otros conjuntos de resortes y amortiguadores, tal y como se muestra en la Figura 3.17 [5].

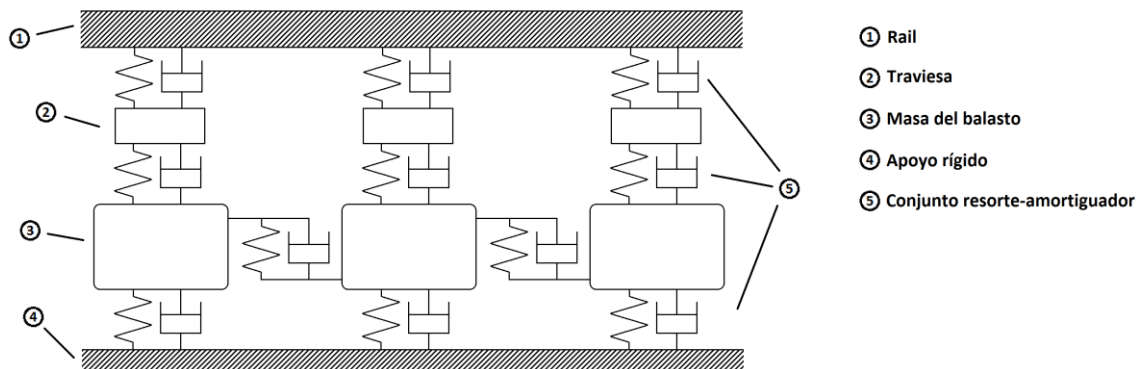


Figura 3.17 Modelo de viga con apoyos discretos incluyendo la masa de balasto bajo las traviesas

3.2.3 Modelización como medios continuos. Métodos de elementos finitos.

El método de elementos finitos es sin duda el más realista, si bien requiere de un estudio importante de las hipótesis y condiciones. En este método se modelan los carriles y traviesas como vigas tridimensionales deformables, así como sus sujeciones y otros elementos de la vía, pudiéndose modelar incluso el balasto y la plataforma. La precisión del modelo dependerá de la correcta aplicación de las hipótesis así como de la resolución del mallado. En la Figura 3.18 se muestra un ejemplo de vía modelada por elementos finitos [5].

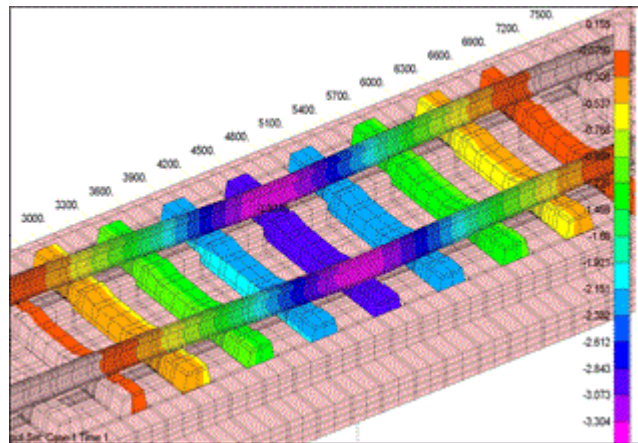


Figura 3.18 Vía modelada por elementos finitos

3.2.4 Modelo Zimmermann- Timoshenko

En 1915 Zimmermann y Timoshenko desarrollan un nuevo modelo para la vía ferroviaria basándose en el apoyo continuo del modelo de Wlinker. Según el modelo de Zimmermann, la vía se puede modelar como una viga apoyada de forma elástica y uniforme, simulando la rigidez que aportan las traviesas colocando un larguero bajo el carril, tal y como se muestra en la Figura 3.19 [5].

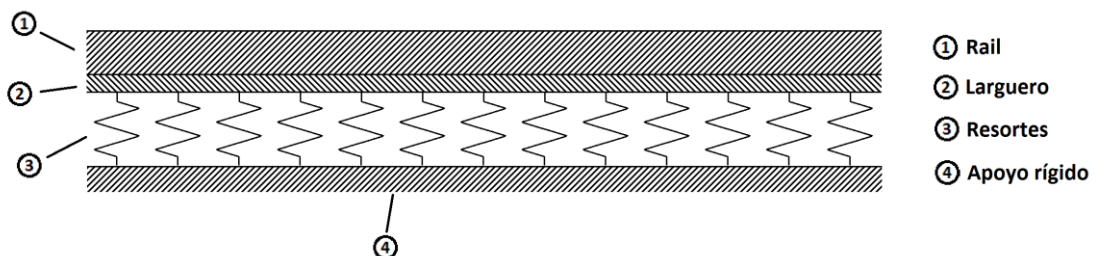


Figura 3.19 Modelo Zimmermann-Timoshenko (1915)

Si bien este método es sencillo y sus resultados pueden ser aceptables, tiene el defecto de que es difícil saber qué ancho de larguero se debe suponer para que el modelo sea válido [5].

Siguiendo la línea del modelo de Zimmermann, se desarrolla el modelo Timoshenko-Saller-Hanker. Si bien este modelo es básicamente el de Zimmermann-Timoshenko (motivo por el que a día de hoy se nombra habitualmente como modelo Zimmermann-Timoshenko), aporta la solución al problema de qué dimensión de larguero utilizar. Según este modelo, la superficie de

apoyo del larguero de la simulación de Zimmermann debe ser igual a la superficie de apoyo que le aportan al carril las traviesas. De esta forma, el área de apoyo de la sección de larguero comprendido entre dos traviesas (esto es, el tramo de carril que soporta una sola traviesa), debe ser igual al área de apoyo de media traviesa (ya que cada traviesa soporta esa longitud de carril 2 veces, una por cada carril de la vía). En la Figura 3.20 se muestra un esquema de las áreas de apoyo equivalentes en este modelo [5].

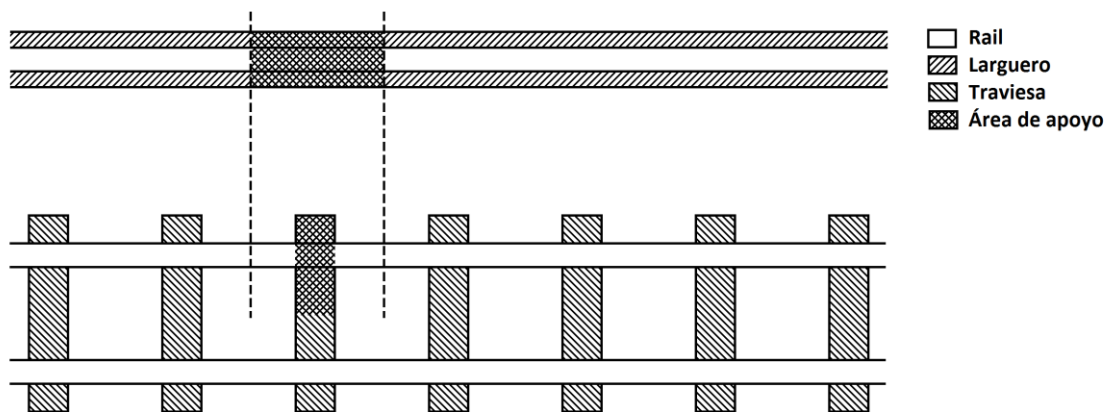


Figura 3.20 Áreas de apoyo equivalentes del modelo Timoshenko-Saller-Hanker

4. Estudio de la deformación de la vía

A lo largo de este capítulo se desarrollan las ecuaciones necesarias para el cálculo del momento flector y la flecha que se produce en el carril. Se han realizado los cálculos tanto por medio de métodos de resistencia de materiales como mediante la teoría de Timoshenko-Saller-Hanker (en adelante simplemente teoría Zimmermann-Timoshenko), específica para el estudio de la vía ferroviaria.

4.1 Cálculo por métodos de resistencia de materiales

A pesar de que existen teorías específicas para el cálculo de esfuerzos en la vía ferroviaria, es interesante realizar un estudio por métodos de resistencia de materiales, ya que si la desviación de los resultados es suficientemente pequeña, podría utilizarse este método para hacer estimaciones de cómo se comportaría el carril alterando ciertos parámetros que se suponen constantes en la teoría de Zimmermann, utilizada en la siguiente sección de este capítulo, como por ejemplo, la variación de la distancia entre traviesas en el tramo en que se instala el dispositivo piezoeléctrico.

4.1.1 Hipótesis iniciales

A su paso, el tren produce una flecha en el rail que se utilizará para producir energía en el piezoeléctrico. Para estudiar esta deformación se ha realizado un análisis por métodos de resistencia de materiales asumiendo las siguientes hipótesis:

- Estudio cuasiestático: Se suponen despreciables los efectos cinéticos por lo que la posición de la viga (el rail) y sus esfuerzos dependen únicamente de la posición de la rueda, resolviéndose por equilibrio de fuerzas.
- Se desprecia la fuerza que el mecanismo piezoeléctrico realiza sobre el rail: Al ser el peso del tren de 20 toneladas por eje, la fuerza que el mecanismo piezoeléctrico realiza sobre el rail puede despreciarse por ser de un orden de magnitud muy inferior al del peso del tren. A efectos prácticos, el piezoeléctrico no influirá en la flecha del rail, que queda determinada únicamente por la posición de la rueda del tren.
- Las traviesas no sufren deformación ni desplazamiento con el paso del tren: Se asume que las traviesas y sus puntos de apoyo son perfectamente rígidos y no sufrirán desplazamiento alguno con el paso del tren. De esta forma las traviesas pueden ser tomadas como apoyos simples en el modelo.
- Simplificación de la viga infinita: El rail puede concebirse como una viga infinita con infinitos apoyos simples (las traviesas). A efectos prácticos puede simplificarse a una viga empotrada en sus extremos con varios apoyos simples a intervalos regulares (distancia entre traviesas) como se muestra en la Figura 4.1. Adicionalmente, el tramo CD podrá tener diferentes longitudes para poder aumentar o disminuir la flecha máxima del tramo así como sus esfuerzos, permitiendo recuperar más energía.

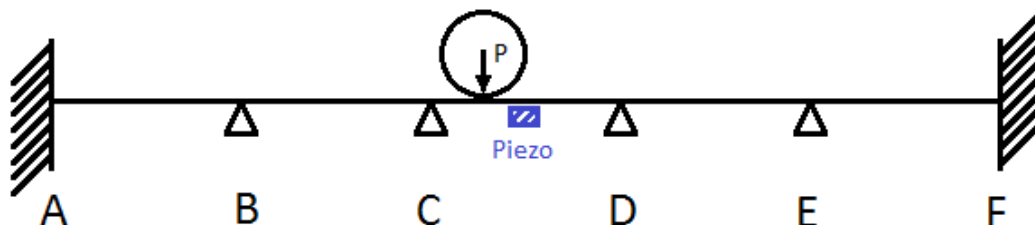


Figura 4.1 Simplificación del modelo de viga infinita con infinitos apoyos

- Se desprecian las deformaciones y esfuerzos producidos por el paso de la rueda por todos los tramos excepto en el que se coloca el piezoeléctrico. A pesar de que el paso de la rueda por los demás tramos también induce esfuerzos y desplazamientos verticales en el tramo CD de la vía (tramo en el que está situado el piezoeléctrico), estos desplazamientos son mucho más pequeños que el provocado por la rueda al pasar por el propio tramo, por lo que la generación de energía será mucho menor y puede despreciarse para simplificar los cálculos.
- El efecto del paso de la rueda se estudia de forma independiente, sin aplicar superposición de los efectos de las demás ruedas cercanas, esto es consecuencia de la anterior hipótesis, que desprecia el efecto de la rueda cuando esta no se encuentra en el tramo CD.

4.1.2 Cálculo de momentos

Para hallar la distribución de los momentos flectores se debe realizar una igualación de giros en los extremos de los vanos e igualarlos, obteniendo así los momentos flectores en los puntos C y D en función de las posiciones de la rueda y el punto estudiado. Finalmente se aplica superposición para obtener la distribución de flectores a lo largo del tramo. En este estudio se ha tenido en cuenta la posibilidad de que el tramo estudiado (tramo CD) tenga diferente longitud que los otros para tener la posibilidad de aumentar la flecha y momentos modificando este parámetro.

4.1.2.1 Cálculo de momentos en C y D

Al partir la estructura resultante de las simplificaciones hechas en las hipótesis, resultan 2 tramos apoyados-empotrados y 3 tramos biapoyados, todos ellos con momentos flectores en sus extremos apoyados tal y como se muestra en la Figura 4.2.

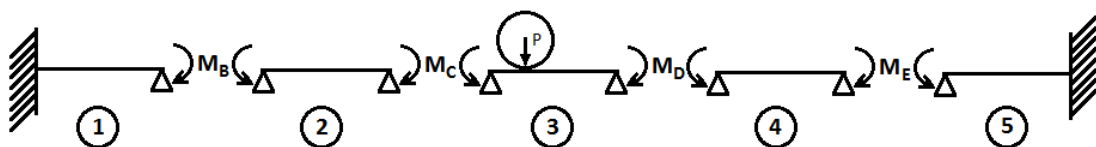


Figura 4.2 Tramos de la viga simplificada

Los giros en los extremos apoyados de los vanos se escriben por tanto, según los principios de la resistencia de materiales, como:

$$\theta_B^{Iz} = \frac{M_B \cdot D}{4 \cdot E \cdot I}$$

$$\theta_B^{De} = -\frac{M_B \cdot D}{3 \cdot E \cdot I} - \frac{M_C \cdot D}{6 \cdot E \cdot I}$$

$$\theta_C^{Iz} = \frac{M_B \cdot D}{6 \cdot E \cdot I} + \frac{M_C \cdot D}{3 \cdot E \cdot I}$$

$$\theta_C^{De} = -\frac{M_C \cdot L}{3 \cdot E \cdot I} - \frac{M_D \cdot L}{6 \cdot E \cdot I} + \frac{F \cdot x \cdot (L - x)}{6 \cdot E \cdot I \cdot L} \cdot [L + (L - x)]$$

$$\theta_D^{Iz} = \frac{M_C \cdot L}{6 \cdot E \cdot I} + \frac{M_D \cdot L}{3 \cdot E \cdot I} - \frac{F \cdot x \cdot (L - x)}{6 \cdot E \cdot I \cdot L} \cdot [L + x]$$

$$\theta_D^{De} = -\frac{M_D \cdot D}{3 \cdot E \cdot I} - \frac{M_E \cdot D}{6 \cdot E \cdot I}$$

$$\theta_E^{Iz} = \frac{M_D \cdot D}{6 \cdot E \cdot I} + \frac{M_E \cdot D}{3 \cdot E \cdot I}$$

$$\theta_E^{De} = -\frac{M_E \cdot D}{4 \cdot E \cdot I}$$

donde:

- $\theta_B^{Iz}, \theta_B^{De}, \theta_C^{Iz}, \theta_C^{De}, \theta_D^{Iz}, \theta_D^{De}, \theta_E^{Iz}, \theta_E^{De}$ son los giros en los puntos A, B, C, D y E calculados por la izquierda y la derecha y expresados en radianes.
- M_B, M_C, M_D, M_E son los momentos flectores en los puntos A, B, C, D y E expresados en Nm.
- D es la distancia entre traviesas, medido en m.
- E es el módulo elástico del rail, expresado en Pa.
- I es el momento de inercia de la sección de carril ferroviario, expresado en m⁴.
- L es la distancia entre traviesas del tramo CD medido en m.

- x es la posición de la rueda respecto del punto C, expresada en m.
- F es la fuerza de la rueda sobre el rail de 9.800N, obteniéndose según la expresión

$$F = P \cdot g$$

siendo:

- P el peso por rueda de 10.000Kg.
- g la gravedad siendo de 9,8m/s².

Aplicando igualación de giros entre los giros por la izquierda y la derecha de los mismos puntos se obtienen las siguientes expresiones:

$$7M_B = -2M_C$$

$$M_B \cdot D + 2 \cdot M_C \cdot D = -2 \cdot M_C \cdot L - M_D \cdot L + \frac{F \cdot x \cdot (L - x)}{L} \cdot (2L - x)$$

$$M_C \cdot L + 2 \cdot M_D \cdot L - \frac{F \cdot x \cdot (L - x)}{L} \cdot (L + x) = -2 \cdot M_D \cdot D - M_E \cdot D$$

$$2M_D = -7M_E$$

En este punto ya se tiene un sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas que se resuelve obteniendo así los valores de M_C y M_D en función de la posición de la rueda:

$$M_C = \frac{M_D \cdot L + C_1}{C_3} \quad (1)$$

$$M_D = \frac{C_2 - \frac{C_1}{C_3} \cdot L}{C_3 - \frac{L^2}{C_3}} \quad (2)$$

donde:

- C_1 es una variable auxiliar en función de x según la expresión:

$$C_1 = \frac{F \cdot x \cdot (L - x)}{L} \cdot (2L - x)$$

- C_2 es una variable auxiliar en función de x según la expresión:

$$C_2 = \frac{F \cdot x \cdot (L - x)}{L} \cdot (L + x)$$

- C_3 es la constante auxiliar definida por la expresión:

$$C_3 = \frac{12}{7}D + 2L$$

4.1.2.2 Cálculo de momentos en el tramo CD en función del tiempo

Para obtener los momentos en el tramo CD se calcula el momento flector debido al momento M_c , M_D y a la fuerza F por separado para cada punto del tramo y posteriormente se aplica superposición como se aprecia en la Figura 4.3, obteniéndose la ecuación del momento a lo largo de la viga en función de la posición de la rueda.

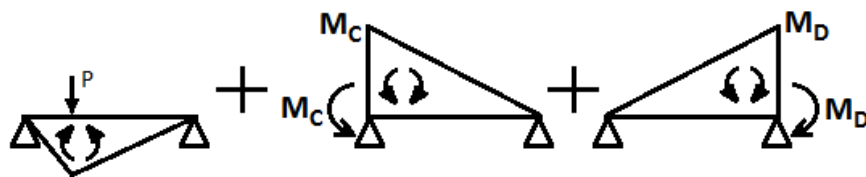


Figura 4.3 Esquema de momentos flectores actuantes en el tramo CD

De esta forma se calculan los momentos:

$$M_1 = -\frac{F \cdot (L - x)}{L} \cdot y \text{ (para puntos a la izquierda de la rueda)}$$

$$M_1 = -\frac{F \cdot x}{L} \cdot (L - y) \text{ (para puntos a la derecha de la rueda)}$$

$$M_2 = \frac{M_C \cdot (L - y)}{L}$$

$$M_3 = \frac{M_D \cdot y}{L}$$

siendo:

- M_1 el momento flector debido únicamente a la carga puntual expresado en Nm.
- M_2 el momento flector debido al momento M_C expresado en Nm.
- M_3 el momento flector debido al momento M_D expresado en Nm.
- y la posición del punto estudiado en m.

Y finalmente se obtiene el momento total, M , como:

$$M = M_1 + M_2 + M_3 \tag{3}$$

Este momento total esta expresado en función de la posición de la rueda, x , y la posición del punto estudiado, y . Aplicando una velocidad del tren específica, y sabiendo que la posición de un objeto en desplazamiento es igual a la velocidad por el tiempo, pueden expresarse los momentos flectores en función de la posición del punto estudiado y el tiempo.

4.1.3 Cálculo del desplazamiento vertical

A partir de los diagramas de momentos de la Figura 4.3, pueden calcularse las flechas de cada sección del tramo CD en cada instante mediante los teoremas de Mohr según la ecuación:

$$V_y = V_c + \theta_c \cdot y + \frac{1}{EI} (A_1 \cdot cdg_1 + A_2 \cdot cdg_2 + A_3 \cdot cdg_3) \quad (4)$$

donde:

- V_y es la flecha del punto estudiado, expresado en m.
- V_c es la flecha del apoyo C, siendo su valor de 0.
- θ_c es el giro de la sección del apoyo C, expresado en rad y calculado a partir de la expresión:

$$\theta_c = \theta_{c1} + \theta_{c2} + \theta_{c3}$$

siendo:

- θ_{c1} el giro en C provocado por la fuerza F expresado en rad y calculado según la expresión:

$$\theta_{c1} = \frac{F \cdot x \cdot (L - x)}{6 \cdot E \cdot I \cdot L} \cdot (L + (L - x))$$

- θ_{c2} el giro en C provocado por el momento M_c expresado en rad y calculado según la expresión:

$$\theta_{c2} = \frac{M_c \cdot L}{3 \cdot E \cdot I}$$

- θ_{c3} el giro en C provocado por el momento M_D expresado en rad y calculado según la expresión:

$$\theta_{c3} = \frac{M_D \cdot L}{6 \cdot E \cdot I}$$

- y es la distancia desde C hasta el punto estudiado, medido en m.
- E es el módulo elástico del rail, expresado en Pa.

- I es el momento de inercia de la sección del rail, expresado en m^4 .
- A_1 es el área de momentos flectores debido a F , expresado en Nm^2 , calculado según el esquema de la Figura 4.4 mediante las expresiones:

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot y \cdot \left(M_{max} \cdot \frac{y}{x} \right)$$

(para puntos a la izquierda de la rueda)

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot M_{max} \cdot x + M_{max} \cdot \frac{L-y}{L-x} \cdot (y-x) + \frac{1}{2} \cdot M_{max} \cdot \left(1 - \frac{L-y}{L-x} \right) \cdot (y-x)$$

(para puntos a la derecha de la rueda)

siendo:

- M_{max} el momento flector máximo generado por F expresado en Nm y calculado según:

$$M_{max} = \frac{F \cdot (L-x)}{L} \cdot x$$

- A_{11} , A_{12} y A_{13} son las áreas parciales del momento flector señaladas en la Figura 4.4 expresadas en Nm^2 y calculadas mediante las siguientes expresiones:

$$A_{11} = \frac{1}{2} \cdot M_{max} \cdot x$$

$$A_{12} = M_{max} \cdot \frac{L-y}{L-x} \cdot (y-x)$$

$$A_{13} = \frac{1}{2} \cdot M_{max} \cdot \left(1 - \frac{L-y}{L-x} \right) \cdot (y-x)$$

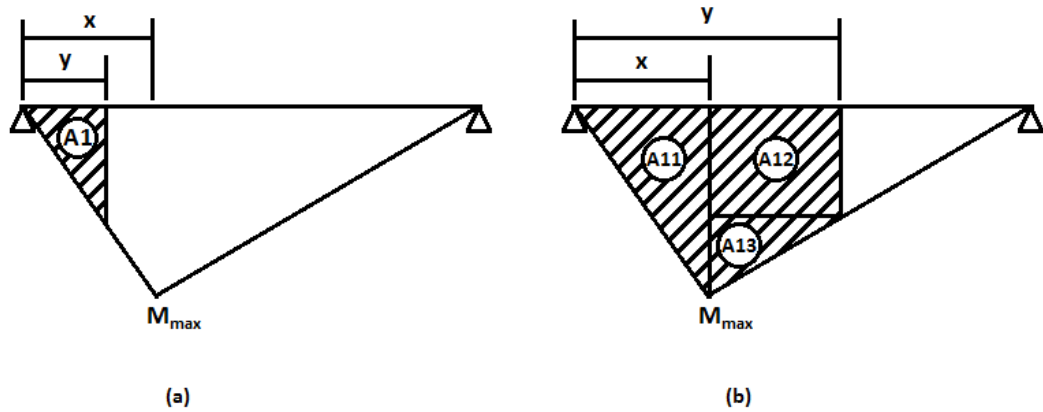


Figura 4.4 Esquema de las áreas de momentos flectores A_1 debidas a F para puntos a la izquierda (a) y derecha (b) de la rueda

- cdg_1 es la distancia desde el centro de gravedad del diagrama de momentos debidos a M_c hasta el punto estudiado. Se expresa en m y se calcula a partir de las ecuaciones:

$$cdg_1 = \frac{y}{3}$$

(para puntos a la izquierda de la rueda)

$$cdg_1 = \frac{cdg_{11} \cdot A_{11} + cdg_{12} \cdot A_{12} + cdg_{13} \cdot A_{13}}{A_{11} + A_{12} + A_{13}}$$

(para puntos a la derecha de la rueda)

donde cdg_{11} , cdg_{12} y cdg_{13} son las distancias de los centros de gravedad de A_{11} , A_{12} y A_{13} al punto estudiado, se expresan en m y se calculan según las ecuaciones:

$$cdg_{11} = y - \frac{2}{3}x$$

$$cdg_{12} = y - \frac{1}{2}x$$

$$cdg_{13} = \frac{2}{3}y - x$$

- A_2 es el área de momentos flectores debido a M_c , expresado en Nm^2 calculado mediante la expresión:

$$A_2 = A_{21} + A_{22}$$

siendo A_{21} y A_{22} las áreas parciales del momento flector señaladas en la Figura 4.5, calculadas según las siguientes ecuaciones:

$$A_{21} = M_c \cdot \frac{L - y}{L}$$

$$A_{22} = M_c \cdot \left(1 - \frac{L - y}{L}\right) \cdot y$$

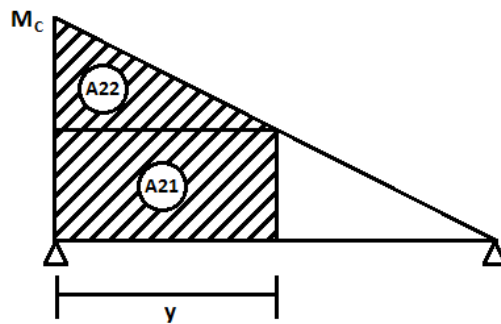


Figura 4.5 Esquema del área de momentos flectores A_2 producidos por el momento M_c

- cdg_2 es la distancia desde el centro de gravedad del diagrama de momentos debidos a M_c hasta el punto estudiado. Se expresa en m y se calcula mediante la expresión:

$$cdg_2 = \frac{cdg_{21} \cdot A_{21} + cdg_{22} \cdot A_{22}}{A_{21} + A_{22}}$$

donde cdg_{21} y cdg_{22} son los centros de gravedad en valor absoluto medidos desde el punto estudiado, expresados en m y calculados a partir de las expresiones:

$$cdg_{21} = \frac{1}{2} \cdot y$$

$$cdg_{22} = \frac{2}{3} \cdot y$$

- A_3 es el área de momentos flectores debido a M_D , expuesta en la Figura 4.6, expresado en Nm^2 . Se calcula mediante la ecuación:

$$A_3 = \frac{1}{2} \cdot M_D \cdot \frac{y}{L} \cdot y$$

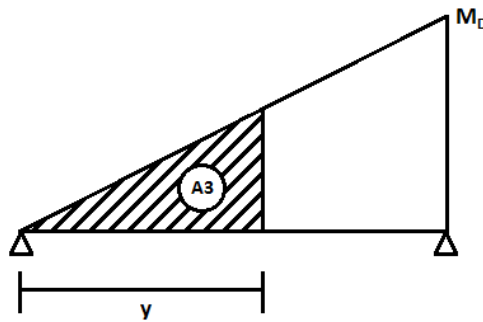


Figura 4.6 Esquema del área de momentos flectores A_3 debidas al momento M_D

- cdg_3 es la distancia desde el centro de gravedad del diagrama de momentos debidos a M_D hasta el punto estudiado. Se expresa en m y se calcula mediante la expresión:

$$cdg_3 = \frac{1}{3} \cdot y$$

4.2 Teoría de Zimmermann-Timoshenko

En este capítulo se plantean las hipótesis y ecuaciones necesarias para el cálculo de los momentos y flechas de la vía según la teoría de Zimmermann-Timoshenko.

4.2.1 Hipótesis iniciales

Según la teoría de Zimmermann-Timoshenko, se asumen las siguientes hipótesis [6]:

- Se idealiza el carril como una viga elástica infinita.

- Apoyo elástico continuo: aunque el carril se apoya sobre traviesas, su comportamiento puede considerarse como un apoyo único, continuo y elástico debido a que el balasto cede con el paso del eje.

4.2.2 Cálculo de los momentos

La ecuación enunciada en esta teoría se puede escribir como [6]:

$$M = \frac{Q \cdot L_v}{4} \cdot e^{-\frac{x}{L_v}} \cdot \left(\cos \frac{x}{L_v} + \operatorname{Sen} \frac{x}{L_v} \right) \quad (5)$$

donde:

- M es el momento flector del punto estudiado, expresado en kNm.
- Q es la carga por rueda, expresada en N.
- x es la posición relativa del punto estudiado respecto a la posición de la rueda expresada en m.
- L_v es una longitud característica llamada longitud elástica de la vía, sus unidades son el metro y puede calcularse como:

$$L_v = \sqrt[4]{\frac{4 \cdot E \cdot I \cdot d}{A \cdot C}}$$

donde:

- EI es el modulo resistente del carril expresado en Nm².
- d es la distancia entre traviesas, expresada en m.
- A es el área del extremo de una traviesa, y se expresa en m².
- C es el módulo de balasto bajo las traviesas.

4.2.3 Cálculo del desplazamiento vertical

El desplazamiento vertical del carril, z , se calcula mediante la Teoría de Zimmermann-Timoshenko como [6]:

$$z = \frac{Q \cdot d}{2 \cdot A \cdot C \cdot L_v} \cdot e^{-\frac{x}{L_v}} \cdot \left(\cos \frac{x}{L_v} + \operatorname{Sen} \frac{x}{L_v} \right) \quad (6)$$

5. Diseño del generador piezoeléctrico

En este capítulo se plantean diferentes alternativas de dispositivos y se desarrollan las ecuaciones necesarias para el cálculo de sus voltajes.

5.1 Posibles dispositivos

Los modelos propuestos en este documento son los siguientes:

- Lámina piezoeléctrica continua adherida a la parte inferior del rail: Este dispositivo es la opción más simple y consiste en una lámina piezoeléctrica de pequeño espesor adherida a la parte inferior del rail, deformándose solidariamente con el rail debido al momento flector generado en este por el paso del tren.
- Láminas piezoeléctricas discretas adheridas a la parte inferior del rail: Se trata de una modificación del sistema de lámina continua para alcanzar valores de voltaje más altos. Al colocar muchos piezoeléctricos de menor longitud en el sentido del rail en lugar de uno solo continuo, los momentos flectores son mucho más constantes a lo largo de los dispositivos, lo que hace que tengan voltajes más constantes a lo largo de cada pieza y por tanto el voltaje resultante alcanzará valores más altos, por aproximarse más a un valor puntual en lugar de una media de los valores alcanzados en cada punto del piezoeléctrico.

- Ballesta tipo viga laminar de sustrato más piezoeléctrico transversal al rail: Se trata de un dispositivo alternativo que pueda aprovechar el desplazamiento vertical del rail. El formato de ballesta permite aplicar un momento flector constante en todo el piezoeléctrico y posibilita elegir el valor de este aplicado, mediante la manipulación de sus parámetros geométricos, pudiendo así, diseñar el dispositivo para un aprovechamiento máximo de las propiedades del material.

5.2 Cálculo del dispositivo de lámina piezoeléctrica continua adherida al rail

En este capítulo se desarrollan las ecuaciones necesarias para el cálculo del voltaje generado en una lámina piezoeléctrica continua adherida al carril ferroviario.

5.2.1 Descripción y desarrollo del dispositivo

Este primer diseño consiste en una lámina de piezoeléctrico pegada a la parte inferior del rail. Para aprovechar al máximo el espacio, el ancho de la lámina debe ser igual al ancho del rail, y la longitud el espacio disponible entre 2 traviesas contiguas.

5.2.2 Cálculo del Voltaje según el modelo de Euler-Bernoulli

Según esta teoría, una viga formada por una lámina de sustrato y otra de piezoeléctrico se deforman conjuntamente como si fuera una sola viga con propiedades intermedias, tal y como muestra la Figura 5.1 [4].

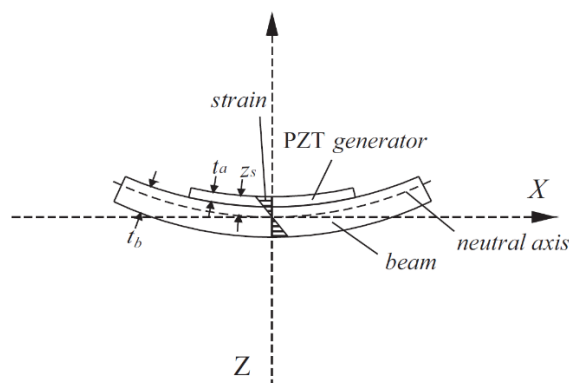


Figura 5.1 Modelo de Euler-Bernoulli para viga laminar de piezoeléctrico (a) y sustrato (b)

A partir de esta hipótesis, se calcula la fibra neutra, medida desde la superficie libre del piezoeléctrico, como [4]:

$$Z_S = \frac{\left(\frac{t_a}{2}\right) \cdot t_a \cdot \left(\frac{E_a}{E_b}\right) + \left(t_a + \left(\frac{t_b}{2}\right)\right) \cdot t_b}{t_a \cdot \left(\frac{E_a}{E_b}\right) + t_b} \quad (7)$$

donde:

- Z_S es la posición de la fibra neutra, expresada en m.
- t_a y t_b son los espesores de la lámina piezoeléctrica y de la lámina de sustrato respectivamente, expresados en m.
- E_a y E_b son los módulos elásticos del piezoeléctrico y el sustrato respectivamente, expresados en Pa.

Calculada la fibra neutra, la deformación media del piezoeléctrico, puede expresarse como [4]:

$$\varepsilon_a = \frac{M}{E_a \cdot I_a + E_b \cdot I_b} \cdot \left(Z_S - \frac{t_a}{2}\right)$$

siendo:

- ε_a es la deformación media del piezoeléctrico.
- M es el momento flector aplicado al conjunto, expresado en Nm.
- I_a e I_b son los momentos de inercia del piezoeléctrico y la viga metálica respectivamente, se expresan en m⁴ y se calculan mediante las expresiones:

$$I_a = \int_{Z_S - t_a}^{Z_S} b \cdot z^2 \cdot dz = \frac{1}{3} \cdot b \cdot [Z_S^3 - (Z_S - t_a)^3] \quad (8)$$

$$I_b = \int_{Z_S - t_a - t_b}^{Z_S - t_a} b \cdot z^2 \cdot dz = \frac{1}{3} \cdot b \cdot [(Z_S - t_a)^3 - (Z_S - t_a - t_b)^3] \quad (9)$$

donde b es el ancho del conjunto, medido en m.

Introduciendo las expresiones de Z_S , I_a y I_b , puede reescribirse la deformación media como [4]:

$$\varepsilon_a = \frac{6 \cdot M \cdot E_b \cdot t_b \cdot (t_a + t_b)}{b[E_a^2 \cdot t_a^4 + E_b^2 \cdot t_b^4 + 2 \cdot E_a \cdot t_a \cdot E_b \cdot t_b \cdot (2 \cdot t_a^2 + 3 \cdot t_a \cdot t_b + 2 \cdot t_b^2)]}$$

A partir de la deformación media, la tensión media del piezoeléctrico queda definida mediante la ley de Hooke como [4]:

$$\sigma_a = \varepsilon_a \cdot E_a = \frac{6 \cdot M \cdot E_a \cdot E_b \cdot t_b \cdot (t_a + t_b)}{b[E_a^2 \cdot t_a^4 + E_b^2 \cdot t_b^4 + 2 \cdot E_a \cdot t_a \cdot E_b \cdot t_b \cdot (2 \cdot t_a^2 + 3 \cdot t_a \cdot t_b + 2 \cdot t_b^2)]} \quad (10)$$

Finalmente el voltaje puede expresarse, a partir de la ecuación $V = g_{31} \cdot t_a \cdot \sigma_a$ y reorganizando términos, como la expresión final de la teoría de Euler-Bernoulli [4]:

$$V = \frac{6 \cdot g_{31} \cdot M \cdot \Psi \cdot (1 + T)}{b \cdot t_a \cdot [1 + \Psi^2 \cdot T^2 + 2 \cdot \Psi \cdot (2 + 3 \cdot T + 2 \cdot T^2)]} \quad (11)$$

siendo

- g_{31} el valor de la constante de voltaje, expresado en Vm/N.
- Ψ y T son las relaciones:

$$\Psi = \frac{E_b \cdot t_b}{E_a \cdot t_a}$$

$$T = \frac{t_b}{t_a}$$

5.2.3 Cálculo del voltaje según el modelo de Euler-Bernoulli modificado para el carril ferroviario.

Debido a que la formulación de la teoría de Euler-Bernoulli está desarrollada para el cálculo de vigas laminares, los resultados obtenidos aplicando la formula directamente no son precisos para vigas con otras geometrías. Por ello, en este proyecto se ha realizado una adaptación de esta fórmula para el caso en que el rail es el sustrato del piezoeléctrico:

- Se hace la hipótesis de que la lámina piezoeléctrica, por ser de un espesor mucho menor que la altura del rail, puede despreciarse a la hora de calcular la posición de la fibra neutra del conjunto. Por lo tanto la fibra neutra del conjunto es la altura del centro de gravedad de la sección del rail.
- Se utiliza el momento de inercia del rail para formular la nueva ecuación del voltaje, ya que la formula inicial se basaba en que el sustrato tenía forma laminar.

Por lo tanto, la deformación media del piezoeléctrico, $\varepsilon_{a,mod}$ queda definida como:

$$\varepsilon_{a,mod} = \frac{M}{E_b \cdot I_b} \cdot \left(Z_s - \frac{t_a}{2} \right)$$

La tensión media, $\sigma_{a,mod}$, es por lo tanto:

$$\sigma_{a,mod} = E_a \cdot \varepsilon_{a,mod} = \frac{M \cdot E_a}{E_b \cdot I_b} \cdot \left(h_{cdg,b} - \frac{t_a}{2} \right) \quad (12)$$

siendo $h_{cdg,b}$ la altura del centro de gravedad de la sección del rail medida desde su base.

Y el voltaje obtenido, V_{mod} , queda definido mediante la ecuación:

$$V_{mod} = g_{31} \cdot t_a \cdot \sigma_{a,mod} = \frac{g_{31} \cdot M \cdot E_a \cdot t_a}{E_b \cdot I_b} \cdot \left(Z_s - \frac{t_a}{2} \right) \quad (13)$$

5.3 Cálculo del dispositivo de láminas piezoeléctricas discretas adheridas al rail

Este dispositivo se calcula con las mismas ecuaciones que el de lámina continua, con la única diferencia de que se suponen los momentos flectores constantes a lo largo de cada piezoeléctrico, por lo que se introducen valores puntuales del momento flector y no medias de este valor para el tramo entre traviesas, como se hace en el caso de lámina continua.

5.4 Cálculo del dispositivo de ballesta

En este capítulo se desarrolla el dispositivo de ballesta y las ecuaciones necesarias para el cálculo del voltaje que genera.

5.4.1 Descripción y desarrollo del dispositivo

El objetivo del dispositivo de ballesta es aprovechar el hecho de que la energía residual del paso del tren es de un orden muy superior a la energía que se pueda recuperar, ya que el total de energía recuperada se alcanzaría cuando la deformación y desplazamiento del carril con el paso del tren fuese nula, ya que toda la energía se recuperaría en lugar de deformar el rail, algo imposible de conseguir.

Una vez aceptada esta premisa, se puede plantear la idea de aprovechar las propiedades del piezoeléctrico al máximo para recuperar la mayor cantidad de energía posible con el mismo piezoeléctrico. En este caso, la idea es utilizar la flecha vertical de la vía para flexionar una ballesta a la que se encuentra adherido el piezoeléctrico. De esta forma, el momento flector soportado por el piezoeléctrico no queda impuesto por las propiedades del carril, sino que puede optimizarse mediante los parámetros geométricos de la ballesta.

El dispositivo consta de una lámina de acero con 2 ejes en sus extremos, 2 tacos bajo los extremos de la sección del rail y una lámina de piezoeléctrico en el tramo central de la ballesta, tal y como se muestra en la Figura 5.2.

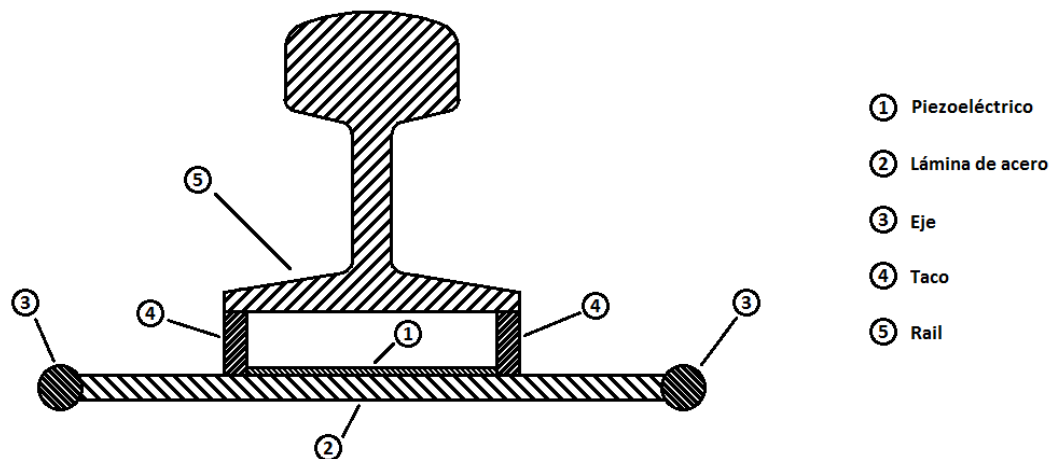


Figura 5.2 Esquema del dispositivo de ballesta

Como puede apreciarse en la figura, el piezoeléctrico puede colocarse en la parte superior, lo que aumentaría su vida útil, ya que soportaría los esfuerzos a compresión en lugar de tracción, lo que deteriora más lentamente el material.

5.4.2 Diseño de la geometría del dispositivo de ballesta

Al abordar el diseño, se plantea la pregunta de qué espesor de piezoeléctrico y de sustrato utilizar. Se ha decidido utilizar una lámina piezoeléctrica de 1mm de espesor para reducir la variación de tensiones a lo largo del espesor, ya que al trabajar a flexión el material soporta mayores tensiones cuanto más lejos esté de la fibra neutra. De esta forma, cuanto más finos sean los espesores del piezoeléctrico, menores diferencias de tensiones hay, y por tanto el material se aprovecha más uniformemente y por tanto de forma más eficiente.

Por otro lado se ha decidido usar una relación de espesores de piezoeléctrico y sustrato de 1/10, para disminuir la variación de tensiones a lo largo del espesor del piezoeléctrico, ya que

para el mismo espesor del piezoeléctrico, cuanto más lejos este de la fibra neutra, menor variación hay.

Una vez solventado el problema de los espesores, se plantea la longitud de ballesta óptima, esta es, la longitud de ballesta que permita que se alcance la tensión máxima admisible en el piezoeléctrico sin sobrepasarla.

Mediante un estudio de resistencia de materiales, puede verificarse que la ley de momentos flectores de la ballesta con 2 fuerzas aplicadas simétricamente sigue la distribución ilustrada en la Figura 5.3.

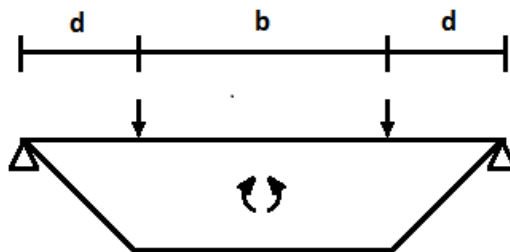


Figura 5.3 Ley de momentos flectores en la ballesta

Así, se comprueba que todo el tramo situado entre las dos fuerzas aplicadas, tiene un momento flector máximo y constante, por lo que es idóneo para albergar el piezoeléctrico y debe ser aprovechado al máximo, por lo que la distancia "b" del esquema, debe ser el ancho del rail.

Para hallar la longitud de "d", debemos plantear el momento flector máximo que se debe alcanzar. Este flector será aquel que se produzca cuando la flecha del carril sea máxima, produciendo la tensión máxima admisible en el piezoeléctrico.

A partir de la geometría de la ballesta, la tensión máxima admisible, y la flecha máxima del carril, se puede calcular, la fibra neutra y los momentos de inercia según las ecuaciones (7), (8) y (9).

Una vez halladas, puede calcularse el momento flector, M_{max} , necesario para que se alcance la tensión máxima admisible en el piezoeléctrico (en la cara más externa) como:

$$M_{max} = \frac{\sigma_{max} \cdot EI_{ba}}{E_a \cdot Z_{S,ba}}$$

donde:

- σ_{max} es la tensión máxima admisible, expresada en Pa.
- EI_{ba} es el módulo resistente de la sección de la ballesta, en $\text{Pa} \cdot \text{m}^4$. Se calcula mediante la expresión:

$$EI_{ba} = E_a \cdot I_{ba,a} + E_{ba,b} \cdot I_{ba,b}$$

donde $I_{ba,a}$ e $I_{ba,b}$ son los momentos de inercia del piezoeléctrico y el sustrato de la ballesta calculados mediante las ecuaciones (8) y (9) respectivamente.

- E_a es el módulo de Young del piezoeléctrico, expresado en Pa.
- $Z_{S,ba}$ es la distancia entre la superficie libre del piezoeléctrico y la fibra neutra, expresado en m.

Una vez conocido el momento flector máximo necesario, se procede al cálculo de la distancia “d”. Para ello se simplifica la viga por simetría tal y como muestra la Figura 5.4 y se hace uso de las ecuaciones de la flecha mediante los teoremas de Mohr.

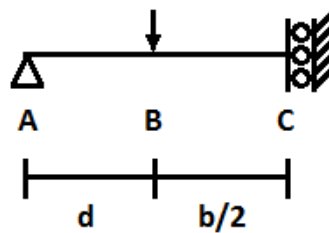


Figura 5.4 Esquema de la ballesta simplificada por simetría

$$V_{BC} = V_C + \theta_C \cdot \frac{b}{2} + \frac{1}{EI_{ba}} [A_{mom,BC} \cdot cdg_{mom,BC}]$$

$$V_{AC} = V_C + \theta_C \cdot \left(\frac{b}{2} + d\right) + \frac{1}{EI_{ba}} [A_{momAC} \cdot cdg_{mom,AC}]$$

siendo

- V_{BC} y V_{AC} las flechas relativas entre B y A medidas desde C respectivamente, expresadas en m.
- θ_C el giro de la sección C, que para el caso de empotramiento con carrito es nulo.
- b el ancho de la base del rail, medido en m.
- d la distancia comprendida entre el apoyo del extremo de la ballesta y el borde del rail medido en m.
- $A_{mom,BC}$ y A_{momAC} son las áreas de los diagramas de momentos flectores comprendidos entre los puntos BC y AC. Se expresan en Nm^2 y su valor se calcula, a partir del diagrama de la Figura 5.3, como:

$$A_{mom,BC} = M_{max} \cdot \frac{b}{2}$$

$$A_{mom,AC} = \left(M_{max} \cdot \frac{b}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \cdot M_{max} \cdot d\right)$$

- $cdg_{mom,BC}$ y $cdg_{mom,AC}$ son las distancias de los centros de gravedad de las áreas de momentos a los puntos B y A respectivamente, medidos en m y calculados a partir de la Figura 5.3 como:

$$cdg_{mom,BC} = \frac{b}{4}$$

$$cdg_{mom,AC} = \frac{\left(\frac{b}{4} + d\right) \cdot \left(M_{max} \cdot \frac{b}{2}\right) + \left(\frac{2}{3} \cdot d\right) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot M_{max} \cdot d\right)}{A_{mom,AC}}$$

Restando la flecha relativa de A a la flecha relativa de B, se obtiene la expresión de la flecha en el punto B:

$$V_B = V_{BC} - V_{AC} = \frac{1}{EI_{ba}} [A_{mom,BC} \cdot cdg_{mom,BC}] - \frac{1}{EI_{ba}} [A_{momAC} \cdot cdg_{mom,AC}]$$

Que reorganizando términos, utilizando las expresiones de las áreas de los momentos y sus centros de gravedad y simplificando, puede reescribirse como:

$$V_B = -\frac{M_{max}}{EI_{ba}} \left[\frac{b \cdot d}{6} + \frac{d^2}{3} \right] \quad (14)$$

Finalmente, hallamos el valor de la longitud d despejándola de la ecuación (14) obteniendo la siguiente expresión:

$$d = \frac{-\frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{V_B \cdot EI_{ba}}{M_{max}}\right)}}{2 \cdot \frac{1}{3}}$$

Por tanto la longitud de la ballesta, L_{ba} , para obtener el momento flector óptimo, queda determinada por la expresión:

$$L_{ba} = b + 2 \cdot d = b + 2 \cdot \frac{-\frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - 4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{V_B \cdot EI_{ba}}{M_{max}}\right)}}{2 \cdot \frac{1}{3}} \quad (15)$$

Una vez calculados los parámetros geométricos, el voltaje puede calcularse mediante la fórmula de la teoría de Euler-Bernoulli, quedando como:

$$V_{ba} = \frac{6 \cdot g_{31} \cdot M_{max} \cdot \Psi_{ba} \cdot (1 + T_{ba})}{a \cdot t_{ba,a} \cdot [1 + \Psi_{ba}^2 \cdot T_{ba}^2 + 2 \cdot \Psi_{ba} \cdot (2 + 3 \cdot T_{ba} + 2 \cdot T_{ba}^2)]} \quad (16)$$

siendo

- V_{ba} el voltaje generado por el dispositivo de ballesta, expresado en V.
- a el ancho del dispositivo, medido en m.
- $t_{ba,a}$ el espesor del piezoeléctrico, expresado en m.
- Ψ_{ba} y T_{ba} las relaciones:

$$\Psi_{ba} = \frac{E_{ba,b} \cdot t_{ba,b}}{E_{ba,a} \cdot t_{ba,a}}$$

$$T_{ba} = \frac{t_{ba,b}}{t_{ba,a}}$$

6. Resultados de las simulaciones

En este capítulo se aportan los datos necesarios para el estudio de nuestro dispositivo y se desarrollan los resultados obtenidos mediante Matlab de las ecuaciones expuestas en los capítulos 4 y 5.

6.1 Datos necesarios para las simulaciones

En este proyecto se estudian las deformaciones producidas para vías de tipo UIC54 y UIC60, cuyas características se detallan en la Tabla 6.1.

Tipo de perfil	Peso (kg/m)	Área de la sección (mm ²)	Momento de inercia vertical (cm ⁴)	Ancho de la base del perfil (mm)	Altura de la sección (mm)	Altura del centro de gravedad (mm)
UIC54	54	6934	2346	140	159	75,13
UIC60	60	7686	3055	150	172	80,92

Tabla 6.1 Características de perfiles UIC [7]

Otros parámetros utilizados son:

- Módulo de elasticidad del acero, de 210 GPa [7].

- La carga por rueda, con un valor típico de 10 t [6].
- La distancia entre traviesas, que suele oscilar entre 0,55 y 0,7 m [7].
- Coeficiente de balasto, que puede tomarse un valor típico de 10 kg/cm³ [6].
- Área del extremo (semiárea en planta) de la traviesa Monoblock DB, de valor 0,24m² [6].
- Tensión máxima admisible para un piezoeléctrico 40 MPa [8].

6.2 Resultados del estudio de la deformación de la vía

En este capítulo se calculan los desplazamientos verticales y los momentos flectores que se generan en la vía mientras el tren pasa por ella, tanto por métodos clásicos de resistencia de materiales como por la teoría de Zimmermann-Timoshenko.

6.2.1 Resultados del estudio de la deformación de la vía por métodos de resistencia de materiales

Aplicando los parámetros presentados en el capítulo 6.1 en las ecuaciones (1) y (2), los momentos flectores de los puntos C y D (ver Figura 4.1) tienen la siguiente distribución a lo largo del tiempo (ver Figura 6.1).

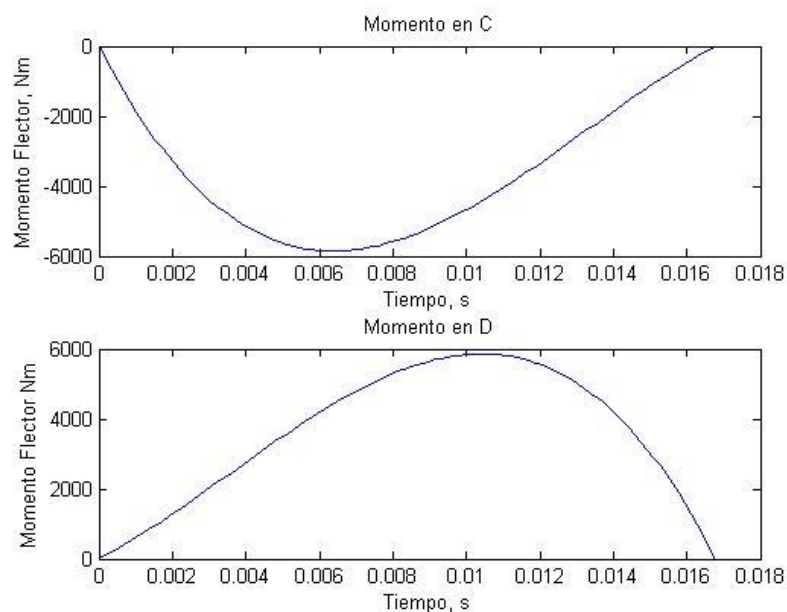


Figura 6.1 Momentos flectores en C y D a lo largo del tiempo según resistencia de materiales

Se puede verificar que los cálculos son correctos ya que ambos puntos (C y D) tienen una distribución inversa y equivalente en magnitudes a lo largo del tiempo lo que concuerda con el comportamiento esperado en un problema con las simetrías que este caso posee.

Introduciendo estos valores en la ecuación del momento flector total en el tramo CD (ecuación (3)) a lo largo del tiempo se obtiene la gráfica de superficie de la Figura 6.2, se adjunta también el mapa de color para una mejor visualización en la Figura 6.3

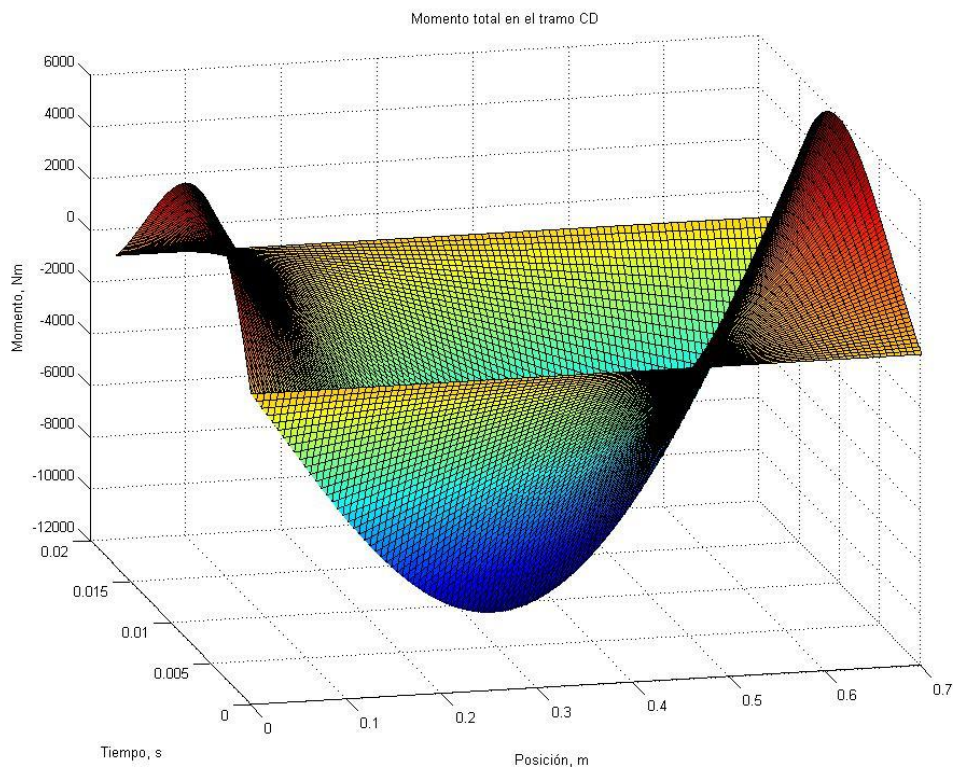


Figura 6.2 diagramas del momento flector en el tramo CD a lo largo del tiempo

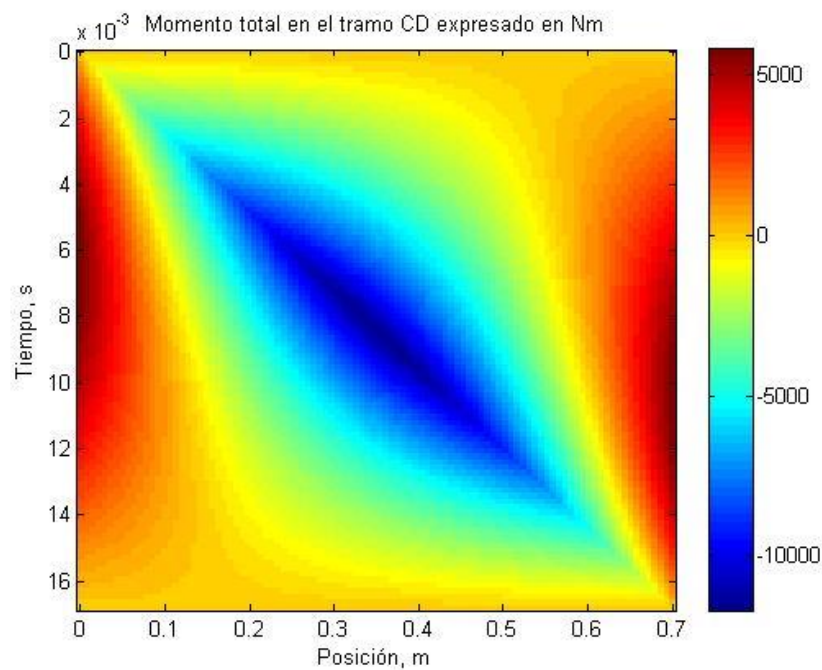


Figura 6.3 Mapa de color de los momentos flectores en función de la posición y el tiempo

En estas gráfica puede observarse que los valores de los flectores oscilan entre los valores mínimos de $-1,1 \cdot 10^4 \text{Nm}$ hasta el valor máximo de $5,8 \cdot 10^3 \text{Nm}$ y no se distribuyen uniformemente a lo largo del tramo, teniendo valores únicamente positivos en las zonas cercanas a las traviesas y puramente negativos en la zona central del tramo, es decir, cada zona del tramo se comporta de forma diferente con el paso del tren.

Así mismo, introduciendo los datos del capítulo 6.1 en la ecuación (4), se obtienen las distribuciones de la flecha, que pueden observarse en la gráfica de superficie de la Figura 6.4, así como en el mapa de color de la Figura 6.5.

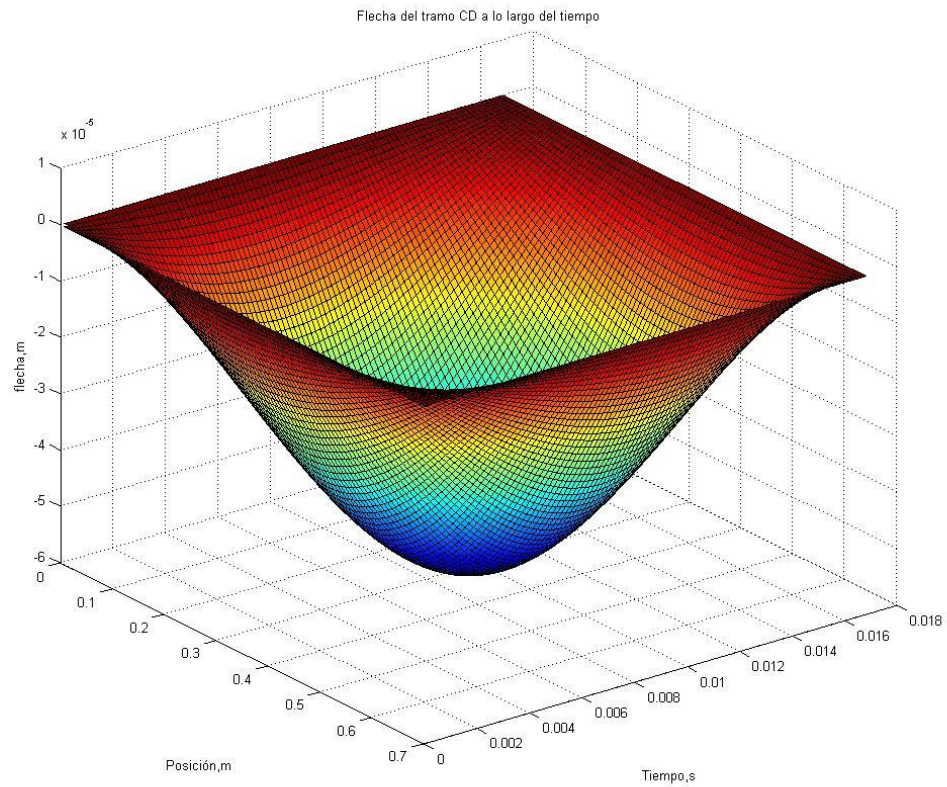


Figura 6.4 Flecha del tramo CD en función del tiempo

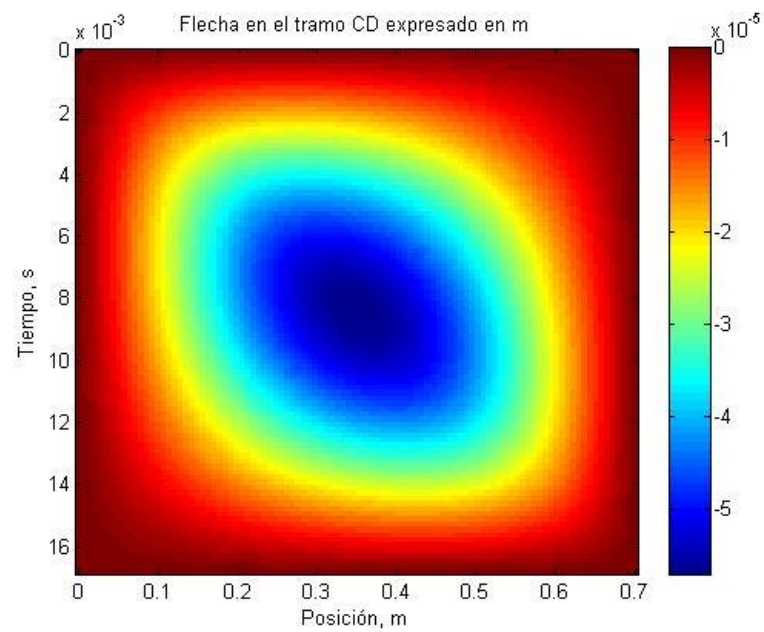


Figura 6.5 Mapa de color de la flecha en el tramo CD a lo largo del tiempo

Estas gráficas muestran unos valores de flecha máxima, en valor absoluto, de $5,7 \cdot 10^{-5} \text{m}$, que se alcanzan en el punto central del tramo, mientras que los extremos C y D permanecen inmóviles ya que son puntos de apoyo y se consideran perfectamente rígidos.

6.2.2 Resultados del estudio de la deformación de la vía mediante las ecuaciones de Zimmermann

Aplicando los datos aportados en el capítulo 6.1 a la ecuación (5), se obtienen los momentos flectores soportados por la vía, expresados en las gráficas de la Figura 6.6, Figura 6.7, Figura 6.8, Figura 6.9, Figura 6.10 y Figura 6.11 para el caso de una rueda, bogie de dos ruedas y bogie de tres ruedas respectivamente tanto para el carril UIC60 como UIC54.

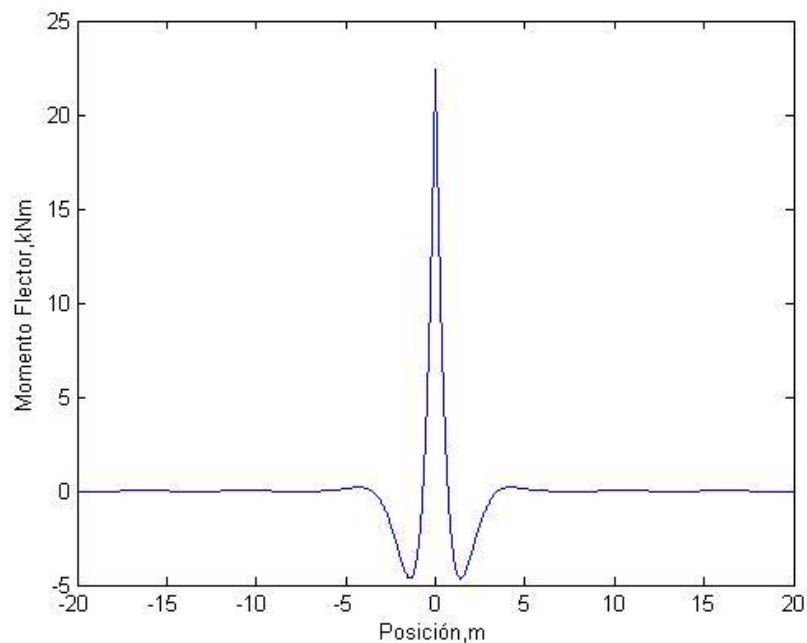


Figura 6.6 Momentos flectores a lo largo del rail UIC60 producidos por una rueda

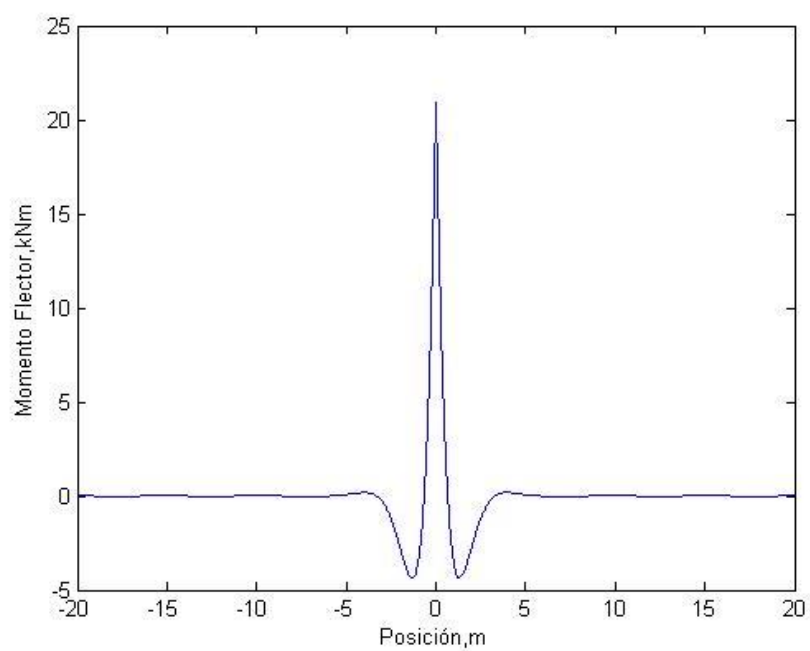


Figura 6.7 Momentos flectores a lo largo del rail UIC54 producidos por una rueda

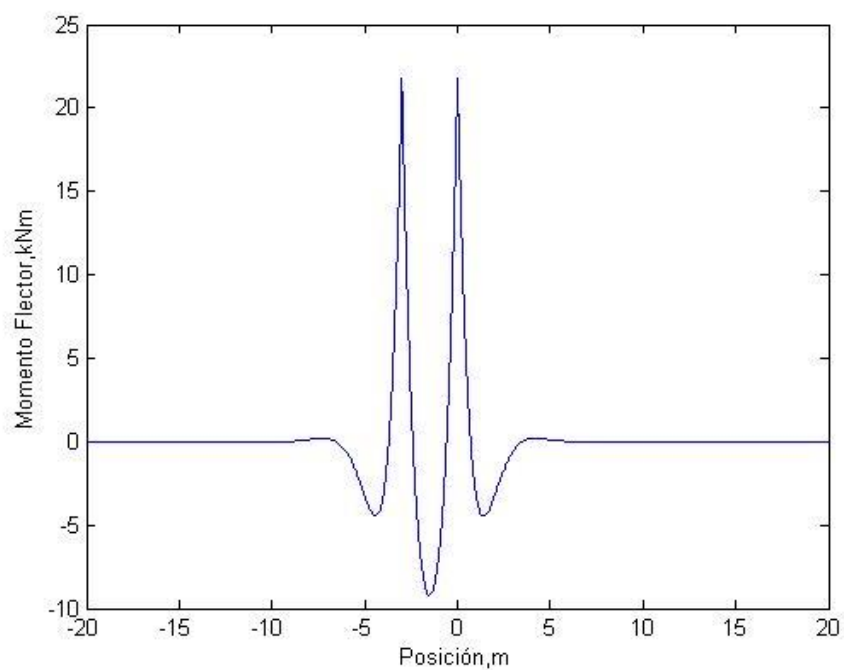


Figura 6.8 Momentos flectores a lo largo del rail UIC60 producidos por un bogie de dos ruedas

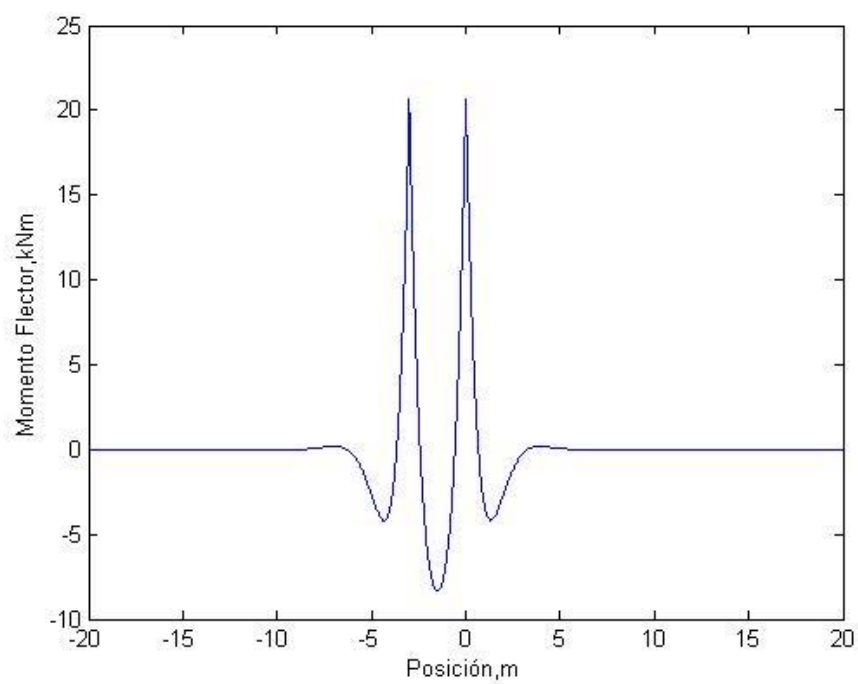


Figura 6.9 Momentos flectores a lo largo del rail UIC54 producidos por un bogie de dos ruedas

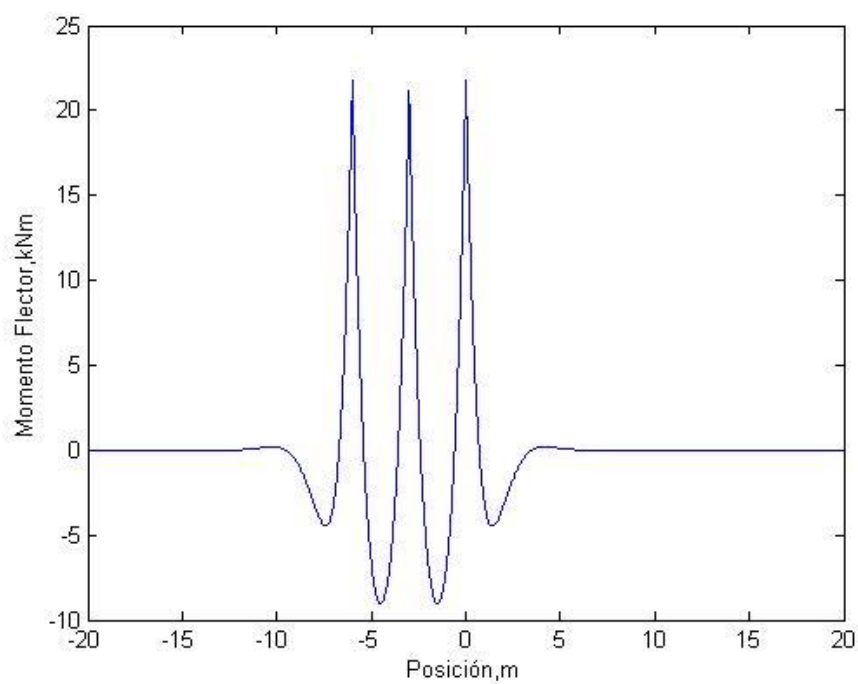


Figura 6.10 Momentos flectores a lo largo del rail UIC60 producidos por un bogie de tres ruedas

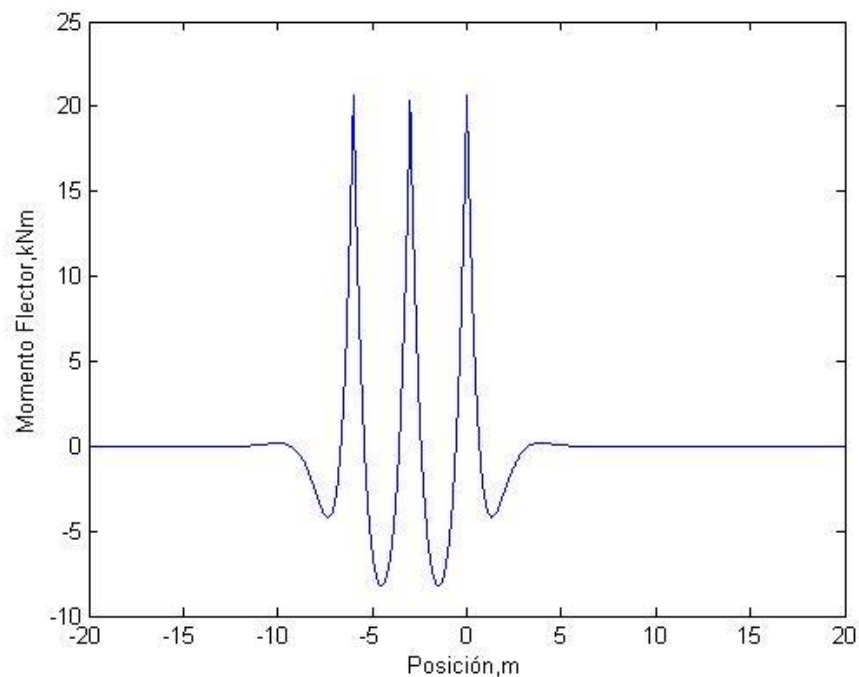


Figura 6.11 Momentos flectores a lo largo del rail UIC54 producidos por un bogie de tres ruedas

En estas gráficas se observan unos valores máximos de 22,4kNm para una sola rueda y 21,8kNm para los bogies de 2 y 3 ruedas, así como unos valores mínimos de -4,6kNm, 9,2kNm y -9,0kNm para una, dos y tres ruedas respectivamente en el caso de carril UIC60, mientras que para el carril UIC54 se observan unos valores máximos de 20,1kNm para una rueda y 20,6kNm para 2 y 3 ruedas y unos valores mínimos de -4,3kNm, -8,3kNm y -8,2kNm.

Según esta teoría, el rail se comporta como una viga con apoyo continuo, lo que implica que todas las secciones se comporten de forma idéntica con el paso de la rueda, independientemente de su posición en los tramos entre traviesas, es decir, la sección central de un tramo entre traviesas tendrá idéntica ley de esfuerzos y desplazamientos que la sección que se encuentra sobre la traviesa.

Si se realiza una gráfica de momentos para una sola rueda en función del tiempo para el tramo entre dos traviesas, se obtienen las gráficas de la Figura 6.12 y Figura 6.13

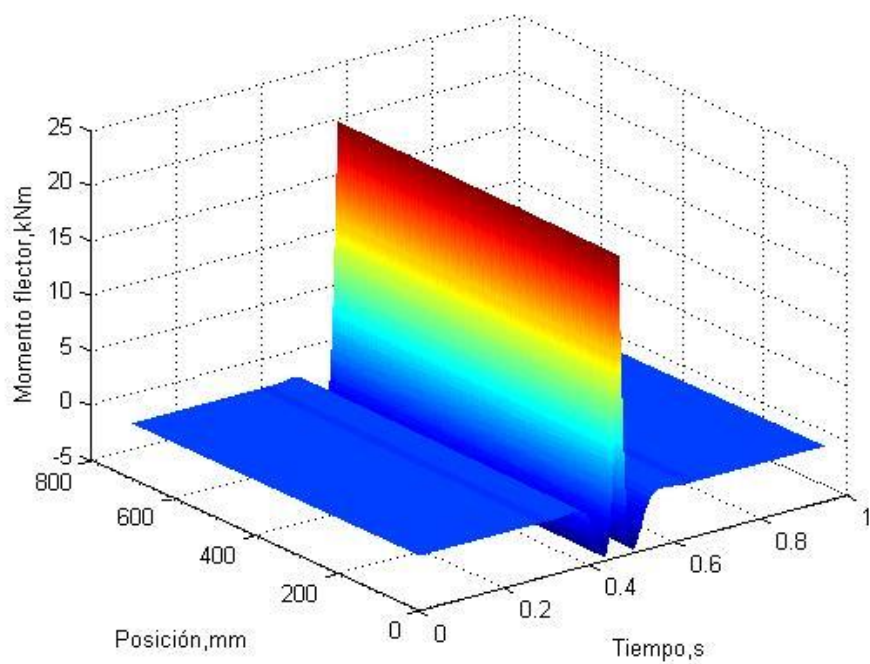


Figura 6.12 Momento producido por una rueda a lo largo del tiempo en un tramo entre traviesas de sección UIC60

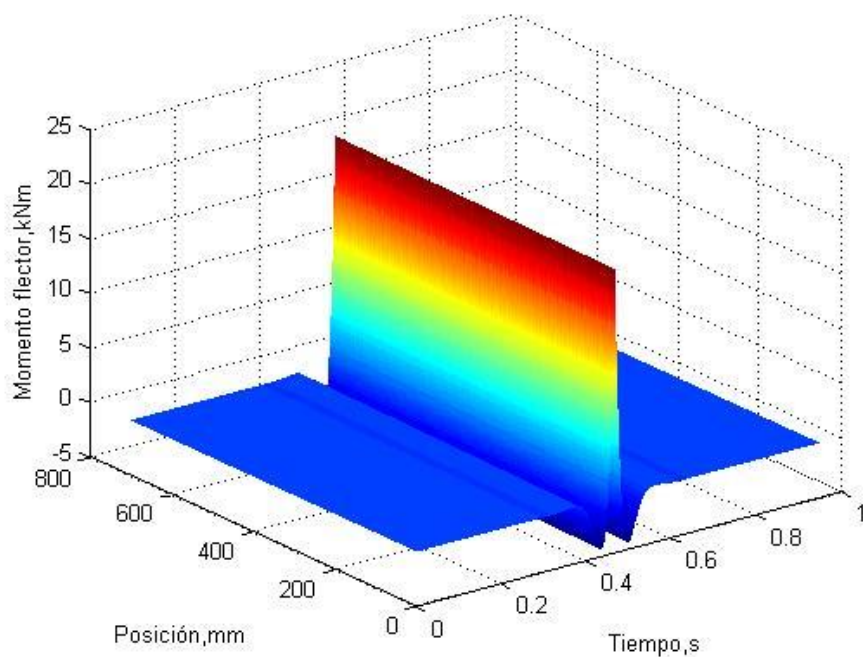


Figura 6.13 Momento producido por una rueda a lo largo del tiempo en un tramo entre traviesas de sección UIC54

Aunque a primera vista pueda parecer que el momento es igual en todo el tramo para un mismo instante, en realidad hay variación, aunque muy pequeña en relación con las magnitudes manejadas. Esto se debe a que las grandes variaciones del momento flector se producen a lo largo de un tramo de 10 metros alrededor de la posición de la rueda, como puede observarse en la Figura 6.6, mientras que el tramo entre traviesas es de 0,6m, lo que provoca que la variación en ese tramo sea relativamente pequeña.

Por otra parte, la flecha de la vía puede calcularse para los casos de una rueda, bogie de dos ruedas y bogie de tres ruedas. Introduciendo los datos del capítulo 6.1 en la ecuación (6) se obtienen las flechas expuestas en la Figura 6.14, Figura 6.15, Figura 6.16, Figura 6.17, Figura 6.18 y Figura 6.19 para carriles UIC 60 y UIC54.

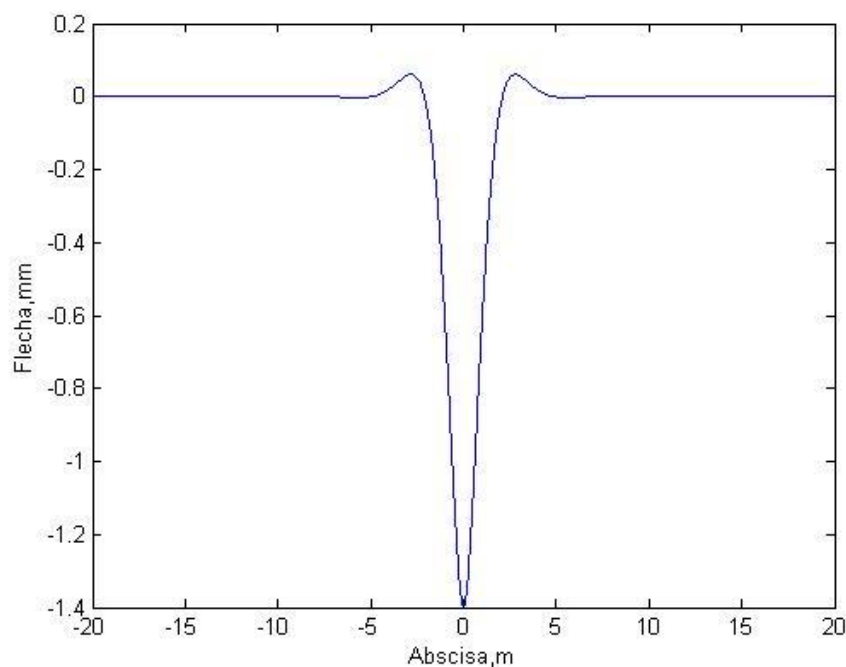


Figura 6.14 Flecha de la vía producida por una rueda en carril UIC60

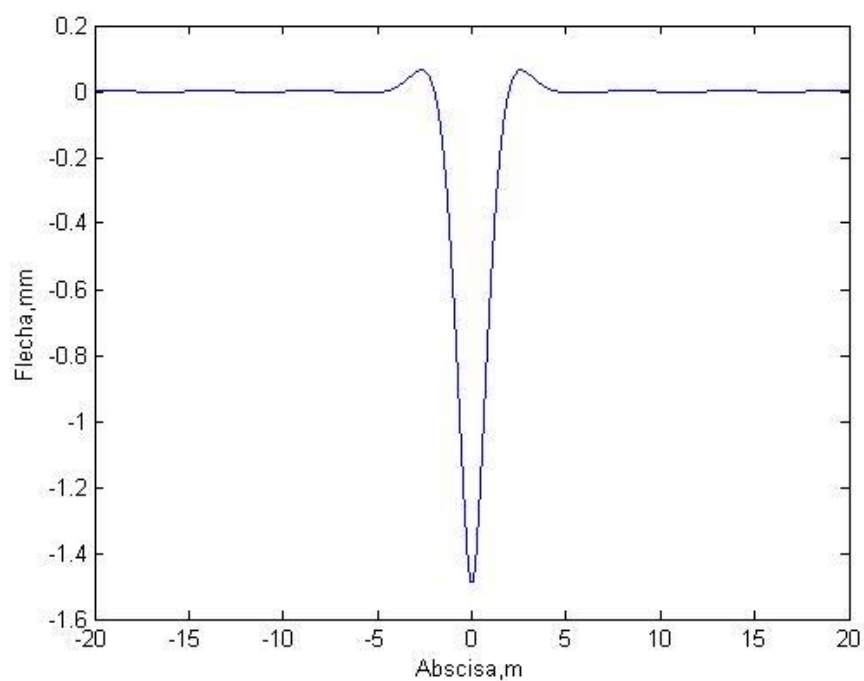


Figura 6.15 Flecha de la vía producida por una rueda en carril UIC54

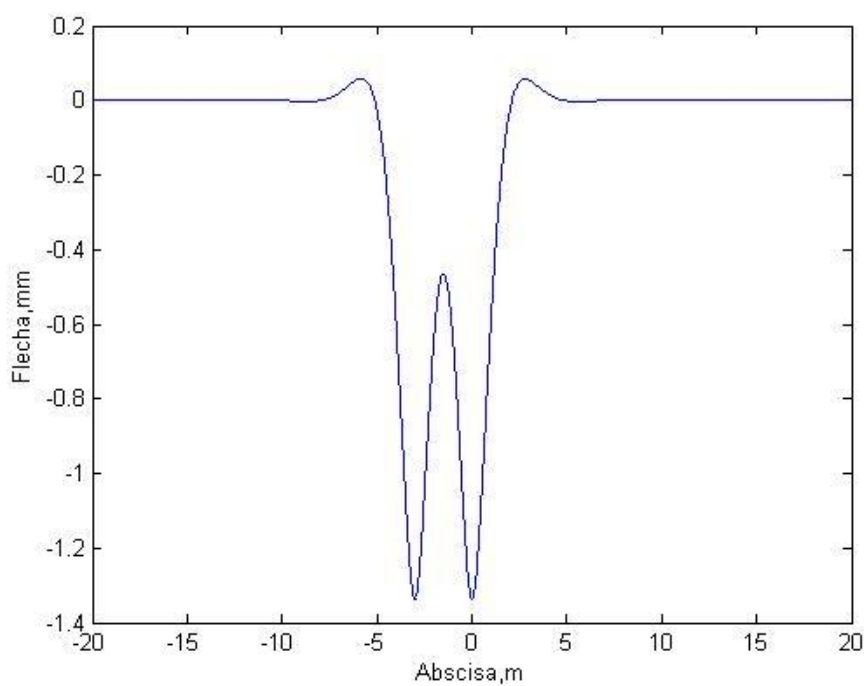


Figura 6.16 Flecha de la vía producida por un bogie de dos ruedas en carril UIC60

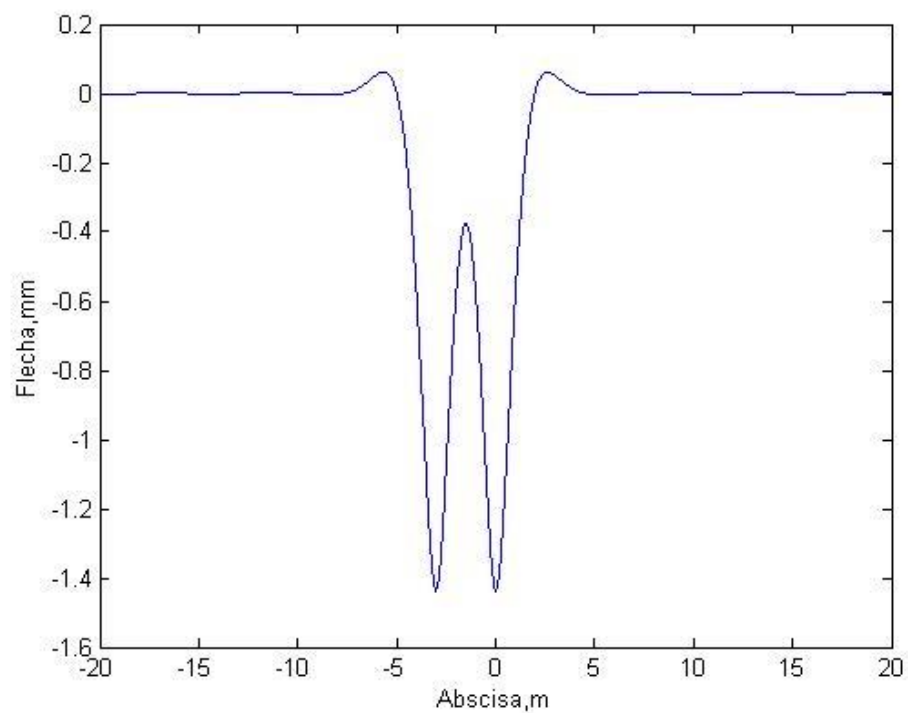


Figura 6.17 Flecha de la vía producida por un bogie de dos ruedas en carril UIC54

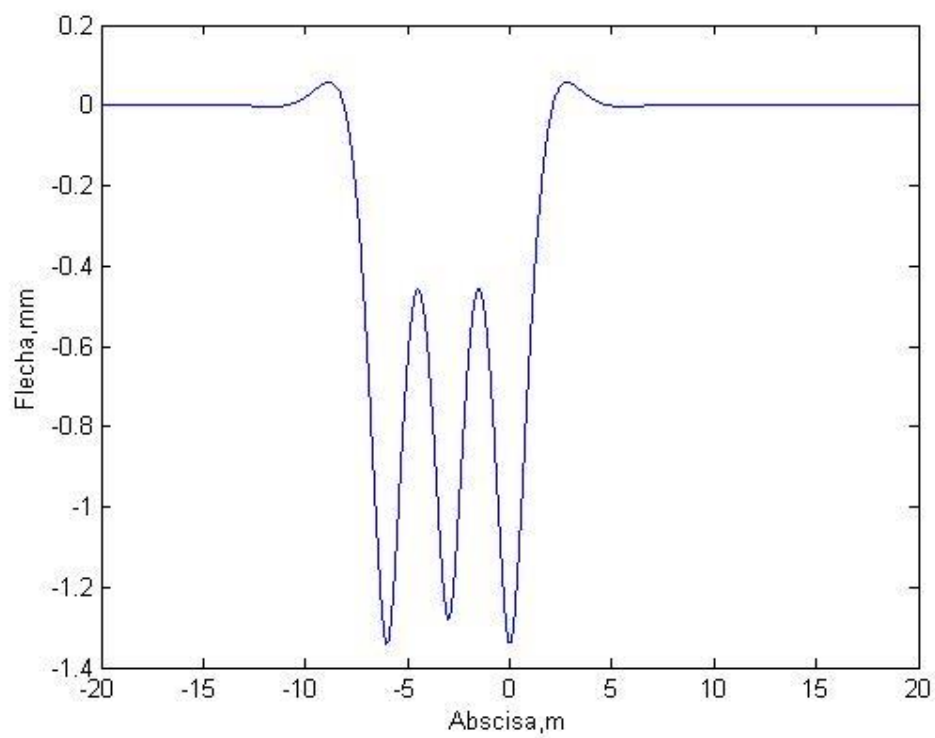


Figura 6.18 Flecha de la vía producida por un bogie de tres ruedas en carril UIC60

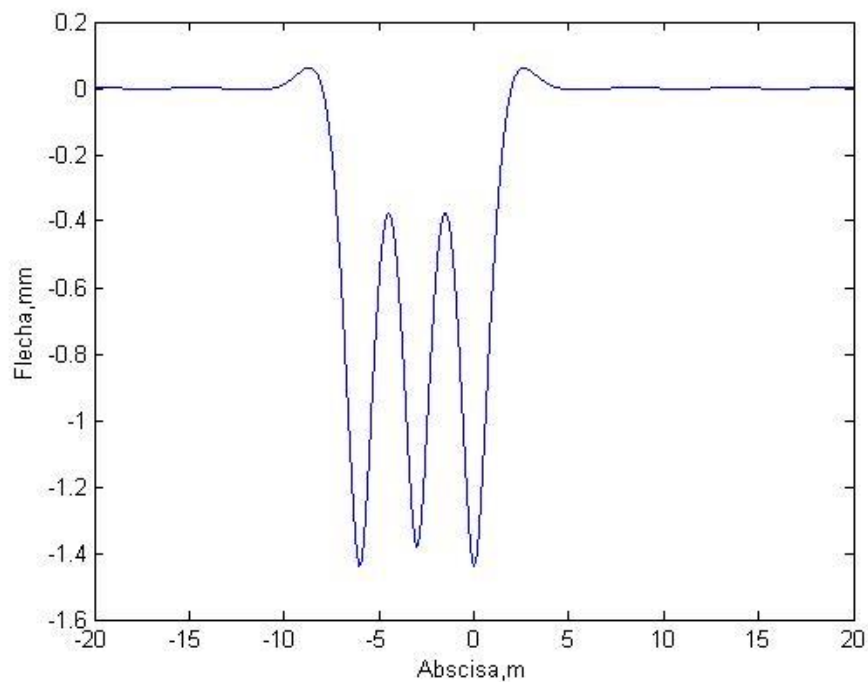


Figura 6.19 Flecha de la vía producida por un bogie de tres ruedas en carril UIC54

En estas gráficas, puede apreciarse que las flechas máximas, en valor absoluto, se dan siempre debajo de las ruedas y sus valores son de 1,4 mm para una rueda y 1,3 mm para los bogies de dos y tres ruedas para el caso de carril UIC60 y valores de 1,5mm para una rueda y 1,4mm en el caso de bogies de 2 y 3 ruedas en carriles UIC54.

Realizando un estudio de la flecha a lo largo del tiempo para un tramo de vía comprendido entre dos traviesas, se obtienen las gráficas de superficie de la Figura 6.20 y la Figura 6.21.

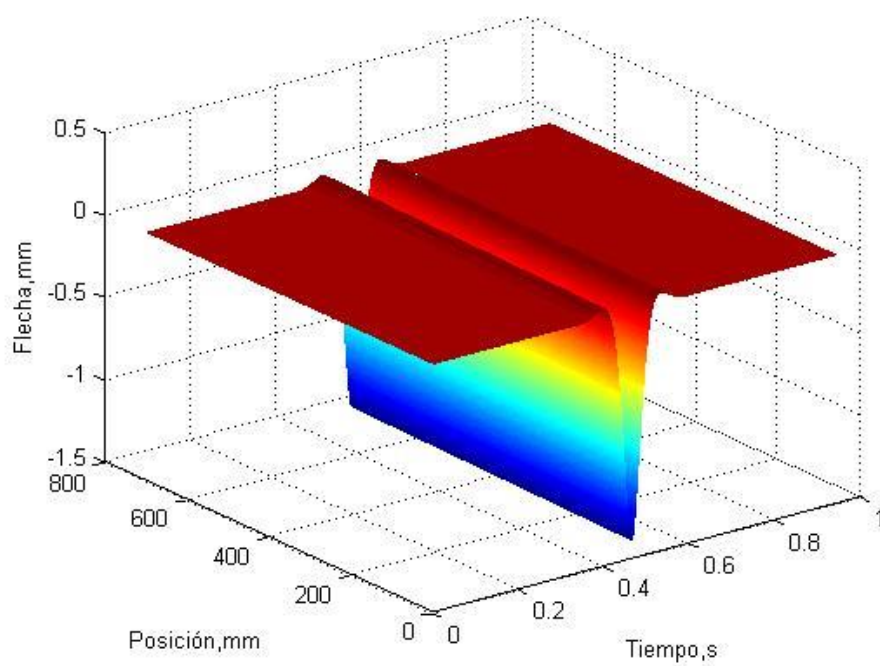


Figura 6.20 Flecha del tramo entre dos traviesas contiguas a lo largo del tiempo para carril UIC60

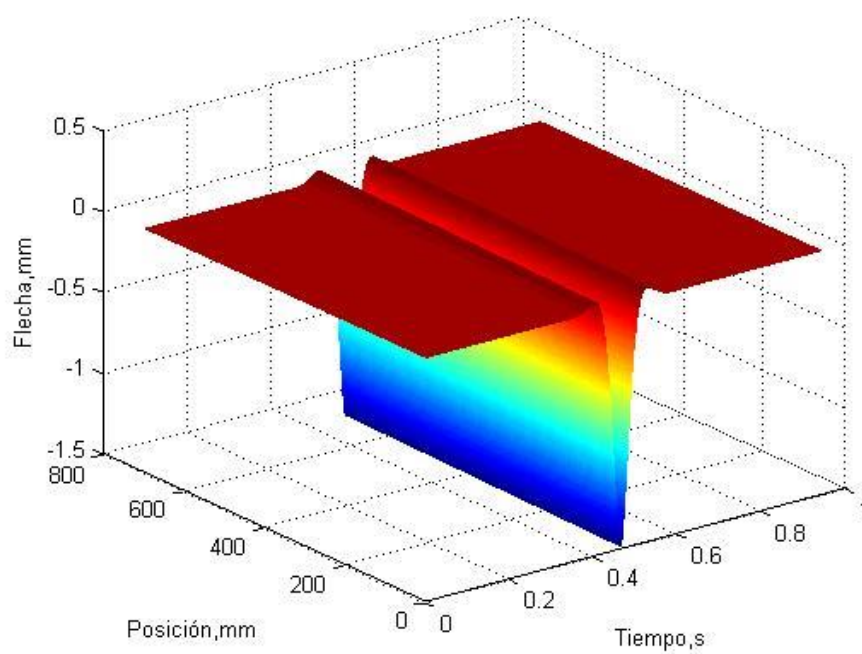


Figura 6.21 Flecha del tramo entre dos traviesas contiguas a lo largo del tiempo para carril UIC54

De nuevo, aunque parezca que la flecha es constante para cada instante a lo largo del tramo, en realidad hay variaciones, aunque muy pequeñas, al igual que sucedía con el momento flector.

6.2.3 Comparación de resultados

Al comparar los momentos flectores en el tramo entre dos traviesas para el caso de una rueda de las teorías de resistencia de materiales y de Zimmermann-Timoshenko de la Figura 6.2 y Figura 6.12, se comprueba que la aproximación de resistencia de materiales, si bien da valores del mismo orden de magnitud, no es aplicable a la vía ferroviaria, obteniendo unos valores máximos de la mitad respecto a las predicciones de la teoría de Zimmermann-Timoshenko.

Comparando la flecha en el tramo entre dos traviesas para el caso de una sola rueda de ambas teorías de la Figura 6.4 y Figura 6.20 se observa que las magnitudes calculadas por resistencia de materiales son dos órdenes de magnitud inferiores a las obtenidas por la teoría de Zimmermann-Timoshenko, además las distribuciones son totalmente diferentes.

6.3 Elección del material piezoeléctrico

Debido a que las fuerzas aplicadas son muy elevadas en comparación a la energía que se transforma, se tendrá en cuenta la constante de voltaje g_{31} , como el determinante para la elección del piezoeléctrico, ya que de este dependen en última instancia los voltajes generados, según se aprecia en la ecuación (11) **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia..** Además, debido a que la deformación en los dispositivos de lámina continua y lámina discreta vienen determinados por la mecánica de la propia vía, la tensión mecánica que se genera en el piezoeléctrico depende directamente del módulo elástico del piezoeléctrico, E_a , como se aprecia en la ecuación (13), por lo que observando esta ecuación, el parámetro utilizado para la elección del material debe ser el producto:

$$\delta = g_{31} \cdot E_a$$

También debe asegurarse que la tensión máxima que se provoca en el piezoeléctrico no supere en ningún caso el límite elástico admisible del piezoeléctrico, que en el capítulo 6.1 se ha

supuesto de 40MPa, por lo que se debe establecer un módulo elástico que garantice que no se sobrepasa la tensión máxima.

6.3.1 Selección del material piezoeléctrico para lámina continua y láminas discretas

El parámetro δ de los materiales de la Tabla 2.1 puede verse en la Tabla 6.2

Distribuidor	Material	δ (10^7 V/m)
Kyocera	KPM- 6	-67,86
	KPM- 12	-87,48
	KPM- 31	-61,56
	KPM- 33	-55,68
	KPM- 34	-48,19
	KPM- 41	-86,9
Noliac	NCE40	-84,7
	NCE41	-84,7
	NCE46	-84,7
	NCE51	-80,6
	NCE53	-55,8
	NCE55	-53,1
	NCE56	-50,4
	NCE57	-64,9
	NCE59	-59
	NCE80	-68,2
	NCE81	-68,2

Tabla 6.2 Parámetro δ de los materiales piezoeléctricos

Según esto, el material más apto para los diseños de lámina continua y láminas discretas es el KPM- 12, con un valor δ de $87,48 \cdot 10^7$ V/m en valor absoluto.

6.3.1.1 Comprobación de la tensión máxima alcanzada en los modelos de lámina continua y lámina discreta bajo el carril.

Para esta comprobación se ha utilizado la ecuación (12) para los dispositivos de lámina continua y lámina discreta. Se utiliza esta ecuación y no la ecuación (10) ya que, además de ser más simple, obtiene valores más altos del momento flector, por lo que limita más el valor del módulo elástico admisible. En ella, se ha sustituido la tensión por la tensión máxima admitida

por el piezoeléctrico y se elimina el término $t_a/2$ para que esta tensión sea la alcanzada en el extremo libre y no en el centro del piezoeléctrico, ya que es en el extremo donde mayores valores alcanza. Una vez hecho esto se despeja el módulo elástico E_a , siendo el resultante el módulo elástico máximo que puede tener el piezoeléctrico, tal y como se muestra en la siguiente expresión:

$$E_{a,max} = \frac{\sigma_{max} \cdot E_b \cdot I_b}{M \cdot h_{cdg,b}} \quad (17)$$

Introduciendo en la ecuación (17) los parámetros del capítulo 6.1 así como el momento flector máximo para el paso de una rueda calculado en el capítulo 6.2.2, se obtienen los módulos elásticos máximos para el carril UIC54 y UIC60, siendo estos de 1249GPa y 1510GPa respectivamente, siendo muy superior a los módulos elásticos de los piezoeléctricos propuestos, por lo que este parámetro no limitará la elección del material.

6.3.2 Selección del material piezoeléctrico para el modelo de ballesta

En este caso no es necesario la comprobación de tensión máxima, ya que el dispositivo está diseñado para que el piezoeléctrico alcance exactamente la tensión máxima admisible, por lo que necesariamente cumple con este requerimiento. Así mismo, por esta misma razón, tampoco influye el módulo elástico E_a por lo que únicamente tendremos en cuenta la constante de voltaje g_{31} , siendo el NCE51 el más apropiado para este dispositivo.

6.3.3 Conclusión de la elección del material

En vista de los resultados, el material seleccionado para los dispositivos de lámina continua y láminas discretas será el KPM- 12, mientras que para el dispositivo de ballesta se utiliza el NCE51.

6.4 Resultados del estudio de los dispositivos de recuperación de energía

En este capítulo se calculan los voltajes alcanzados en los distintos dispositivos mediante los métodos propuestos en el capítulo 5.

6.4.1 Resultado del estudio del dispositivo de lámina continua adherida a la vía

A continuación se estudian los voltajes generados en el dispositivo de lámina continua. Estos voltajes se calculan tanto por la teoría de Euler-Bernoulli clásica, como por la adaptación de esta teoría para el caso concreto del carril ferroviario.

6.4.1.1 Cálculo del voltaje según la teoría de Euler-Bernoulli

Aplicando los parámetros del capítulo 6.1 en la ecuación (11) y evaluándola a lo largo del tramo entre 2 traviesas durante el paso de la rueda a través de las cercanías del tramo, se obtiene el voltaje generado en cada punto del tramo para cada instante como puede observarse en la Figura 6.22 y Figura 6.23.

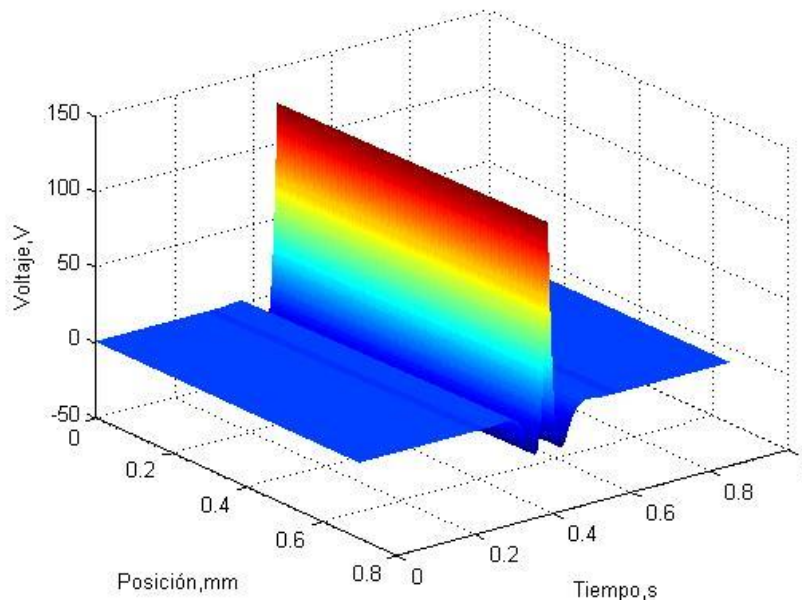


Figura 6.22 Voltaje para cada punto de un tramo entre traviesas a lo largo del tiempo provocado por el paso de una rueda sobre carril UIC60 según la teoría de Euler-Bernoulli

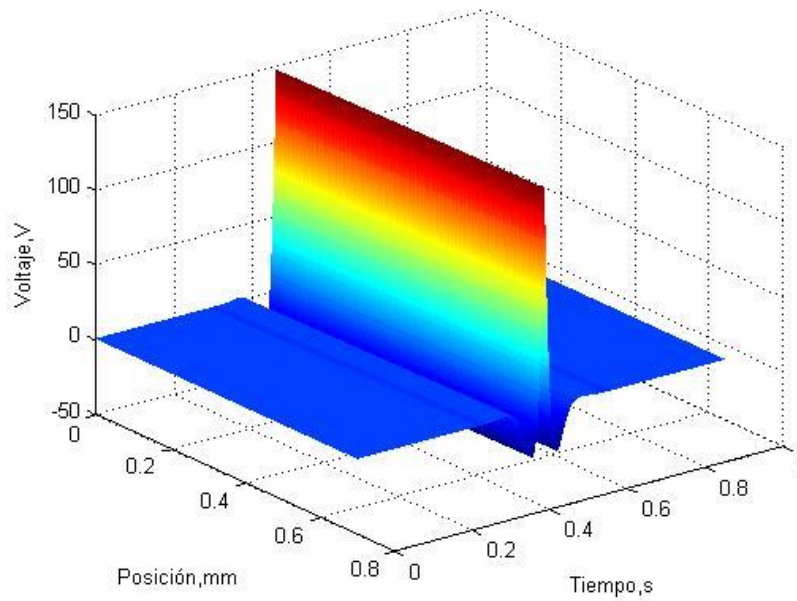


Figura 6.23 Voltaje para cada punto de un tramo entre traviesas a lo largo del tiempo provocado por el paso de una rueda sobre carril UIC54 según la teoría de Euler-Bernoulli

Se observa que los valores puntuales varían entre los -26 V y los 125,2 V para el caso de carril UIC60 y entre los -30,5 V y los 146,9 V en el carril UIC54. Sin embargo, por ser una lámina continua, el voltaje real entre los electrodos es la media entre los voltajes que se producen en todos los puntos del piezoeléctrico para cada instante. De esta forma se obtienen las gráficas de voltajes totales del dispositivo expuestas en la Figura 6.24 y la Figura 6.25.

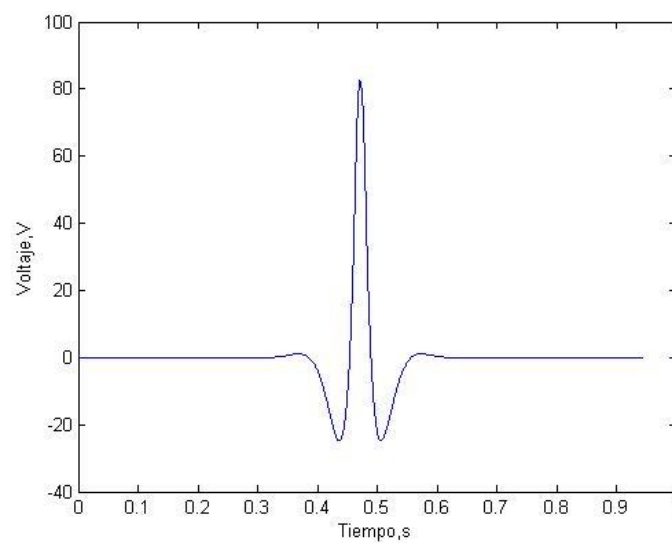


Figura 6.24 Voltaje total de la lámina continua a lo largo del tiempo para el paso de una rueda sobre carril UIC60 según la teoría de Euler-Bernoulli

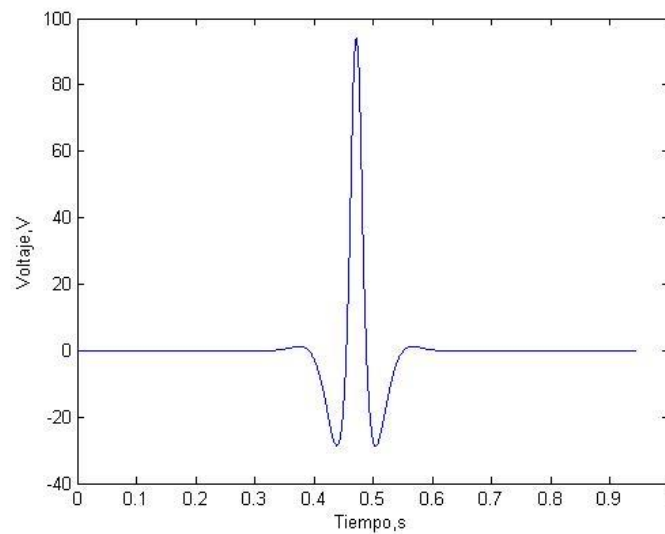


Figura 6.25 Voltaje total de la lámina continua a lo largo del tiempo para el paso de una rueda sobre carril UIC54 según la teoría de Euler-Bernoulli

Comparando la Figura 6.22 y la Figura 6.24 observamos que los valores máximos se suavizan obteniéndose unos límites de -24,7 V y 82,6 V, muy por debajo de los valores puntuales pero siendo uniformes a lo largo de todo el tramo entre traviesas. En el caso del carril UIC54 los valores oscilan entre -28,8 V y 93,9 V.

6.4.1.2 Cálculo del voltaje según la adaptación realizada a la teoría de Euler-Bernoulli para la vía ferroviaria

Al introducir los datos del capítulo 6.1 en la ecuación (13) y evaluándola a lo largo del tiempo para el tramo entre 2 traviesas a lo largo del tiempo, se obtienen otros valores de voltaje expuestos en la Figura 6.26 y Figura 6.27.

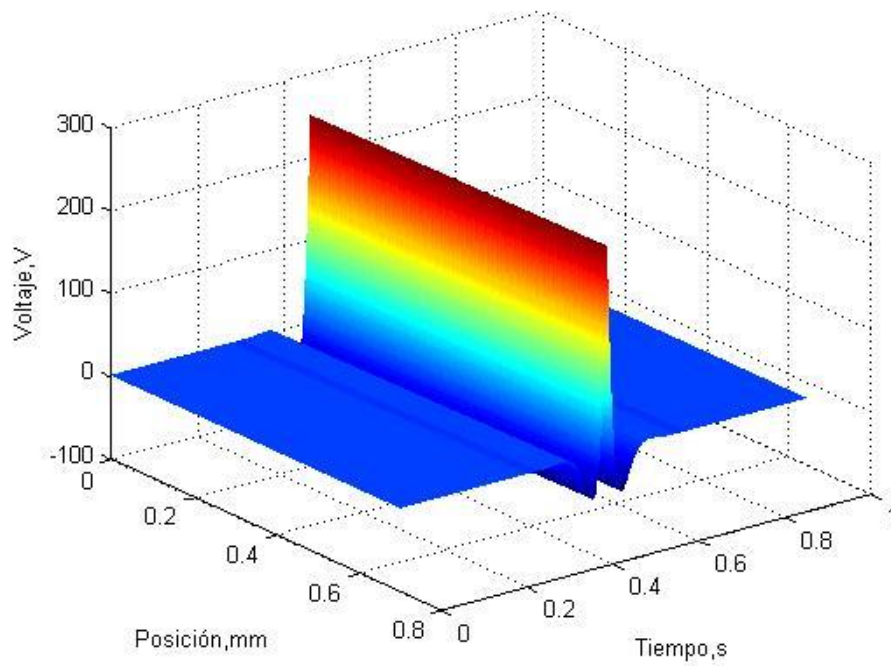


Figura 6.26 Voltaje para cada punto de un tramo entre traviesas a lo largo del tiempo provocado por el paso de una rueda sobre carril UIC60 según la teoría de Euler-Bernoulli modificada para la vía ferroviaria

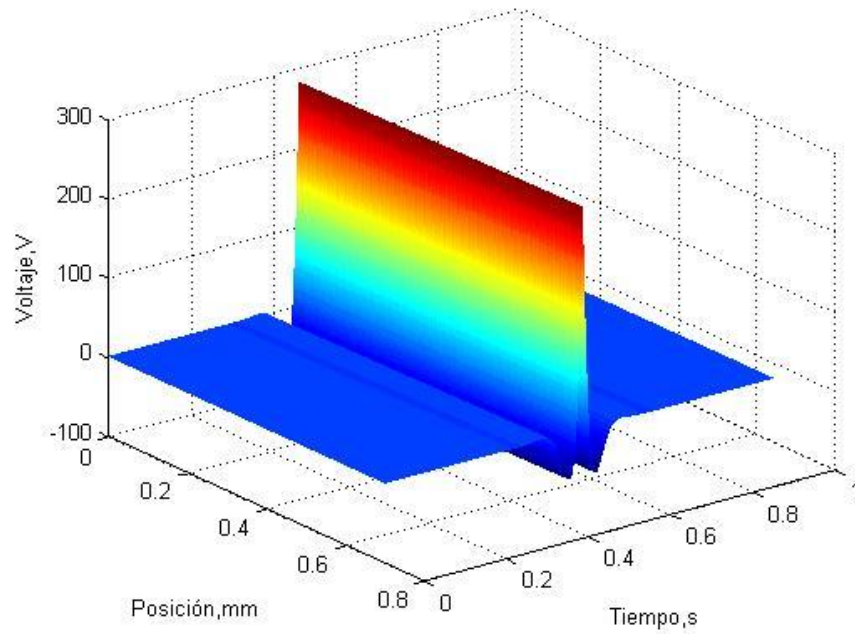


Figura 6.27 Voltaje para cada punto de un tramo entre traviesas a lo largo del tiempo provocado por el paso de una rueda sobre carril UIC54 según la teoría de Euler-Bernoulli modificada para la vía ferroviaria

Se comprueba que los voltajes calculados son mucho mayores, debido a que el momento de inercia del rail es menor que una viga maciza de la misma altura y grosor que el rail, alcanzando los máximos de -51,6 V y 248,4 V para carril UIC60 y -58,5 V y 281,3 V para el carril UIC54 .

Así, los valores de voltaje total del conjunto pueden verse en la Figura 6.28 y Figura 6.29.

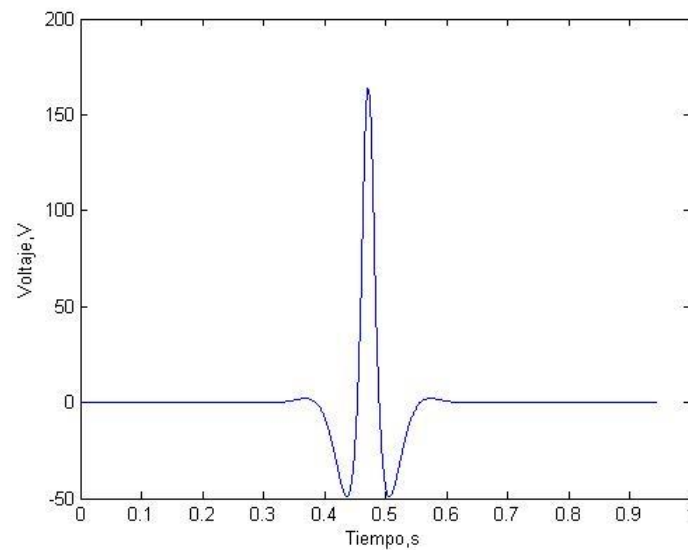


Figura 6.28 Voltaje total de la lámina continua a lo largo del tiempo para el paso de una rueda sobre carril UIC60 según la teoría de Euler-Bernoulli modificada

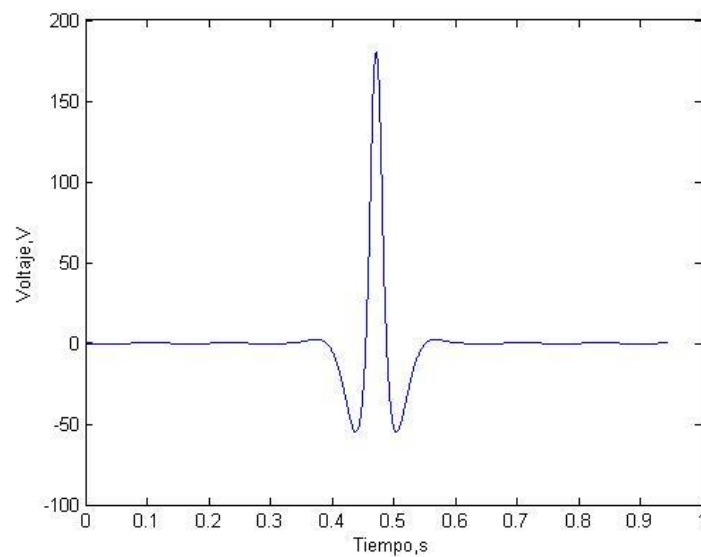


Figura 6.29 Voltaje total de la lámina continua a lo largo del tiempo para el paso de una rueda sobre carril UIC54 según la teoría de Euler-Bernoulli modificada

Se observa que los valores del voltaje del dispositivo oscilan entre los -49,1 V y los 163,8 V en el carril UIC60 y entre -55,2 V y 179,9 V en el carril UIC54, cuyos máximos, una vez más, son inferiores a los valores máximos de cada punto.

6.4.2 Resultado del estudio del dispositivo de láminas discretas adheridas a la vía

A continuación se calculan los voltajes que se generan en el dispositivo de láminas discretas.

6.4.2.1 Cálculo del voltaje según la teoría de Euler-Bernoulli

Para este dispositivo se evalúa la ecuación (11) en función de los parámetros del capítulo 6.1 a lo largo del tiempo obteniéndose la Figura 6.30 y Figura 6.31.

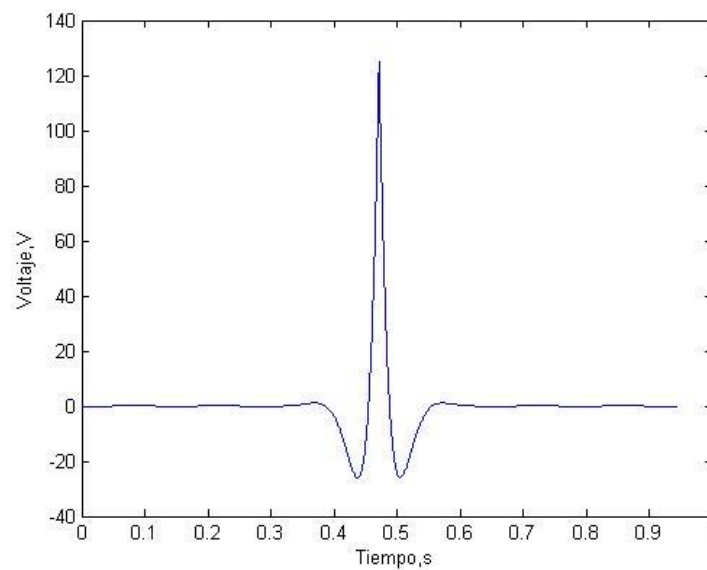


Figura 6.30 Voltaje del dispositivo de 1 cm de ancho a lo largo del tiempo en carril UIC60

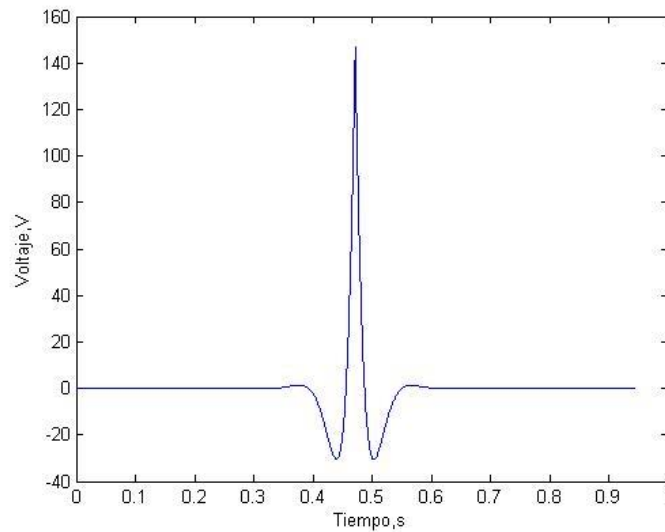


Figura 6.31 Voltaje del dispositivo de 1 cm de ancho a lo largo del tiempo en carril UIC54

En estas gráficas se observa que el voltaje del dispositivo oscila entre los -26 V y los 125,2 V en vías con carril UIC60 y entre -30,5 V y 146,9 V en vías con carril UIC54.

6.4.2.2 Cálculo del voltaje según la adaptación realizada a la teoría de Euler-Bernoulli para la vía ferroviaria

Aplicando los datos del capítulo 6.1 en la ecuación (13) y evaluando a lo largo del tiempo se obtienen la Figura 6.32 y la Figura 6.33.

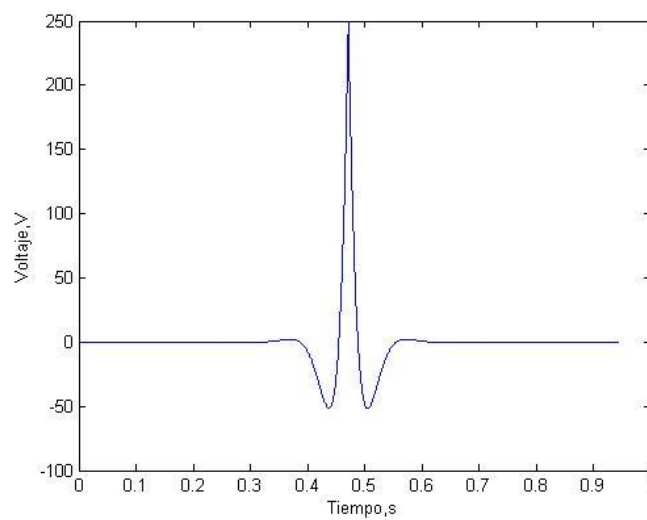


Figura 6.32 Voltaje del dispositivo de 1 cm de ancho a lo largo del tiempo para el paso de una rueda sobre carril UIC60 según la teoría de Euler-Bernoulli modificada

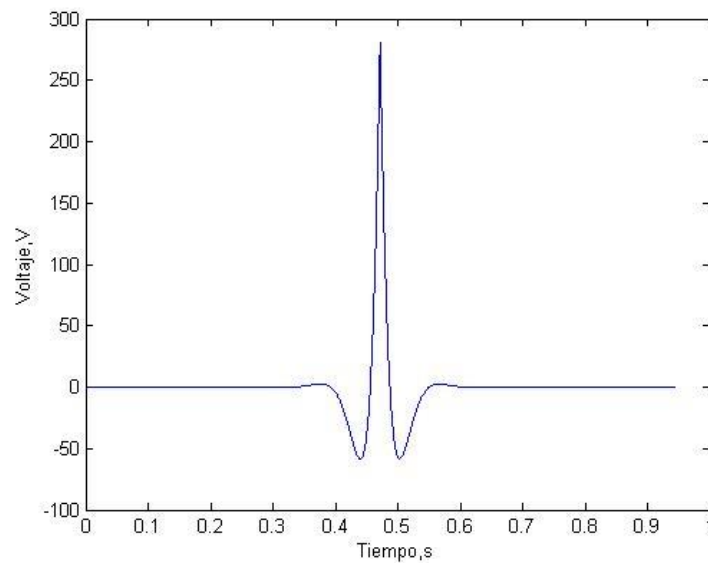


Figura 6.33 Voltaje del dispositivo de 1 cm de ancho a lo largo del tiempo para el paso de una rueda sobre carril UIC54 según la teoría de Euler-Bernoulli modificada

En las gráficas se alcanzan valores de entre -51,6 V y 248,4 V para carriles UIC60, mientras que en carriles UIC54 los valores alcanzados oscilan entre -58,4 V y 281,3 V, siendo mayores que los calculados por la ecuación clásica de Euler-Bernoulli.

6.4.3 Resultado del estudio del dispositivo de ballesta

En este capítulo se calcula la longitud óptima de la ballesta y el voltaje que genera.

6.4.3.1 Cálculo de la longitud óptima de la ballesta

A partir de la ecuación (15) y utilizando los parámetros de ancho del patín del carril de la Tabla 6.1 así como otros datos del capítulo 6.1 y los parámetros del NCE51 expuestos en la Tabla 2.1, se obtiene la longitud óptima de la ballesta siendo esta de 0,375m para el carril UIC60 y 0,377 para el carril UIC54.

6.4.3.2 Cálculo del voltaje del dispositivo de ballesta

Utilizando los parámetros del capítulo 6.1 en la ecuación (16) se obtienen los valores del voltaje a lo largo del tiempo generados en el dispositivo de ballesta, que se muestran en la Figura 6.34 y Figura 6.35 para carriles UIC60 y UIC54 respectivamente.

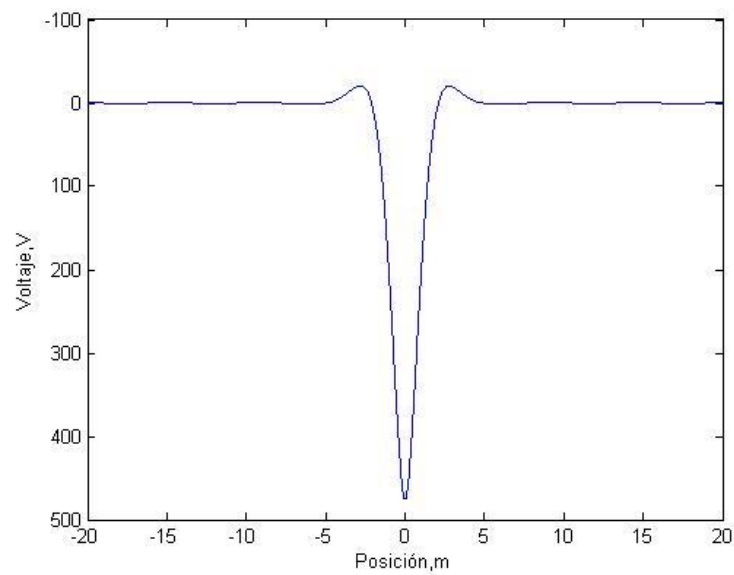


Figura 6.34 Voltaje del dispositivo de ballesta durante el paso de una rueda sobre carril UIC60

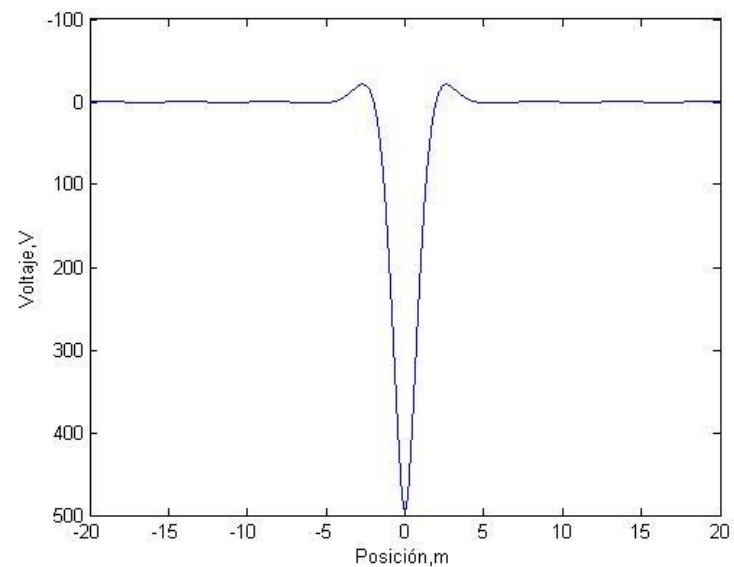


Figura 6.35 Voltaje del dispositivo de ballesta durante el paso de una rueda sobre carril UIC54

En estas graficas se observa que los valores de los voltajes alcanzados en el dispositivo de ballesta varían entre -20,5 V y 475,5 V en carriles UIC60 y entre -21,3 V y 493,7 V en carriles UIC54.

7. Presupuesto

En este capítulo se calculan los costes de este trabajo, teniendo en cuenta tanto las horas de trabajo como el equipo y los programas utilizados.

7.1 Costes de personal

En este proyecto han participado Marcos Prendes Hurtado, autor del proyecto y Beatriz Lopez Boada, tutora del proyecto.

El tiempo estimado de trabajo para este proyecto es de 300 horas de trabajo del autor y 10 horas de trabajo de la tutora. Los costes de personal se han supuesto de 18€/hora para el autor y 36€/h para la tutora.

7.2 Costes de software y hardware

Para la realización del proyecto se han utilizado los siguientes programas:

- Matlab con un coste de licencia de 2000€. Se ha supuesto un periodo de amortización de 4 años, habiéndose utilizado para este trabajo durante un mes.

7. Presupuesto

- Microsoft Office 2013 cuya licencia tiene un valor de 69,9€, amortizado en 4 años. Su periodo de utilización para este trabajo ha sido de 4 meses.
- Microsoft Windows 8 con un coste de 139€ amortizado en 4 años. Para este trabajo, su periodo de utilización ha sido de 4 meses.

El coste del equipo informático es de 835€ con un periodo de amortización de 5 años, habiéndose utilizado durante 4 meses para este trabajo.

7.3 Presupuesto final

Costes de personal

Personal	Horas trabajadas	Coste horario (€/h)	Coste final
Autor	300	18	5.400,00 €
Tutora	10	36	360,00 €
Total			5.760,00 €

Costes de software y hardware

Concepto	Coste de adquisición (€)	Periodo de amortización (meses)	Periodo de utilización (meses)	Coste final
Equipo informático	835	60	4	55,67 €
Licencia Matlab R2014a	2000	48	1	41,67 €
Licencia Office 2013 Professional	69,9	48	4	5,83 €
Licencia Windows 8.1 Pro	139	48	4	11,58 €
Total				114,74 €

Coste total	5.874,74 €
-------------	------------

8. Conclusiones y trabajos futuros

En este capítulo se exponen las conclusiones de este proyecto y se proponen posibles trabajos futuros basados en este documento.

8.1 Conclusiones

A partir de este documento se ha llegado a las siguientes conclusiones:

- Se ha desechado la posibilidad de utilizar los métodos de resistencia de materiales planteados en el capítulo 7.1 para hacer cualquier tipo de aproximación a la deformación de la vía, dado que los resultados obtenidos se alejan completamente de los hallados mediante el modelo Zimmermann-Timoshenko, que se aceptan como válidos para una primera aproximación.
- Se constata que es posible generar energía eléctrica mediante piezoeléctricos a partir de la deflexión producida en el carril al pasar el tren, si bien no es posible especificar si estos dispositivos son o no rentables, ya que para ello se necesita un estudio de la energía generada a partir de los voltajes obtenidos en este documento, que se propone como un posible estudio futuro.
- Se comprueba que el diseño más eficiente de los propuestos en este documento es el dispositivo de ballesta, llegando a alcanzar voltajes de casi 500 voltios, lo que es

aproximadamente el doble que el dispositivo de láminas discretas y casi el triple que el de lámina continua.

8.2 Trabajos futuros

A continuación se enlistan diferentes trabajos futuros propuestos a raíz de este documento:

- Cálculo de momentos y deformaciones de la vía mediante simulaciones por elementos finitos.
- Desarrollo de otros modelos mencionados en el documento como el cantiléver.
- Diseño del sistema electrónico del dispositivo y cálculo de las potencias generadas.
- Determinar la validez del modelo mediante ensayos en laboratorio.
- Determinar las limitaciones de funcionamiento de los dispositivos tales como variaciones de generación en función de la temperatura (debido a que las constantes piezoeléctricas son dependientes de la temperatura, e incluso puede provocar la despolarización), el estudio de la durabilidad por fatiga, despolarización, etc.
- Diseño de la estructura del modelo de ballesta y optimización del diseño, por ejemplo ampliando la distancia útil de la ballesta.

9. Referencias

- [1] Piezoelectric Ceramics: Principles and Applications: Duck Run – APC International Ltd.

- [2] Waste energy harvesting, mechanical and thermal energies: Ling Bing, K., Li, T., Hng, H.H., Boey, F., Zhang, T., Li, S. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2014

- [3] Ingeniería e infraestructura de los transportes ferroviarios: Daniel Álvarez Mántaras, Pablo Luque Rodríguez – Universidad de Oviedo

- [4] Analysis of piezoelectric effects on various loading conditions for energy harvesting in a bridge system: Sang-Hyo Kim, Jin-Hee Ahn, Hyung-Won Kang

- [5] Ingeniería ferroviaria Tomo 1: Julio Álvarez Rodríguez – Editorial Juan de la Cuesta.com, 2010

- [6] Apuntes de introducción a la dinámica vertical de la vía y a las señales digitales en ferrocarriles: con 151 programas en Matlab, Simulink, Visual C++, Visual Basic y Excel: Manuel Melis Maynar – Universidad Politécnica de Madrid, 2008

- [7] La vía del ferrocarril: Jean Alias, Antonio Valdés – Librería Editorial Bellisco, Madrid, 1990

- [8] Posible aplicación de los materiales piezoeléctricos a las energías renovables: Francisco Aznárez Romeo – Universidad de Zaragoza, 2010

- [9] <http://global.kyocera.com/prdct/fc/product/category/piezoelectric/piezo002.html>
(15-02-2016)

- [10] <http://www.noliac.com/products/materials/> (15-02-2016)